

ALMA MATER STUDIORUM - UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

FACOLTA' DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

DIEM

TESI DI LAUREA

in

Costruzione di Macchine

**ANALISI STRUTTURALE DI ATTACCHI PER PINZA FRENO
DI SOSPENSIONE ANTERIORE MOTOCICLISTICA**

CANDIDATO

Elena Placci

RELATORE:

Chiar.mo Prof. Ing. Dario Croccolo

CORRELATORI

Dott. Ing. Nicolò Vincenzi

Dott. Ing. Massimiliano De Agostinis

Anno Accademico 2008/09

Sessione I

INDICE

Capitolo 1. INTRODUZIONE	3
1.1. AMBITO DI STUDIO DEL PRESENTE LAVORO	3
1.2. OBIETTIVI.....	6
Capitolo 2. LA TECNICA DEGLI ELEMENTI FINITI NELLA PROGETTAZIONE.....	8
2.1. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA.....	8
2.2. ASPETTI FONDAMENTALI DEL FEM	9
2.3. APPLICAZIONE DEL METODO AGLI ELEMENTI FINITI AD UN CASO ELEMENTARE.....	11
2.5. STRUMENTI DI CALCOLO UTILIZZATI	30
2.6. ELEMENTI IMPIEGATI PER LA DISCRETIZZAZIONE	31
Capitolo 3. LA CINEMATICA DELLA MOTOCICLETTA .	34
3.1 INTRODUZIONE	34
3.2 LA GEOMETRIA DEL MOTOCICLO	35
3.3 IL COMANDO IDRAULICO DEI FRENI.....	39
3.3.1 Principio della leva.....	40
3.3.2 Principio di Pascal.....	42
3.4 LE SOSPENSIONI.....	44
3.4.1 La molla.....	44
3.4.2 Lo smorzatore.....	48
Capitolo 4. ANALISI TENSIONALE DEGLI ATTACCHI PER LA PINZA FRENO.....	50
4.1 INTRODUZIONE	50
4.2 GEOMETRIA DEL FODERO.....	52
4.3 PROCEDURA SEGUITA.....	53
4.4 DETERMINAZIONE DELLA DECELERAZIONE MASSIMA.....	55

4.4.1. Contributo del freno posteriore nella staccata.....	55
4.4.2. Trasferimento di carico durante la frenata	56
4.4.3. Rovesciamento in avanti del motociclo	60
4.5 DETERMINAZIONE DELLA MASSIMA FORZA DI FRENATURA F_x	65
4.6 MODELLO ANALITICO PER LA DETERMINAZIONE DELLO STATO TENSIONALE INDOTTO.....	68
4.7 SCHEMA EQUIVALENTE	70
4.8 DETERMINAZIONE DEL MODELLO ANALITICO .	71
4.9 VERIFICA.....	88
4.10 CONCLUSIONI.....	91
RINGRAZIAMENTI	93
BIBLIOGRAFIA.....	94

Capitolo 1. INTRODUZIONE

1.1. AMBITO DI STUDIO DEL PRESENTE LAVORO

Nel moderno mercato dei veicoli stradali la concorrenza tra le diverse case produttrici è la causa primaria che spinge ad una continua ricerca, in particolar modo oggi che la fase economica recessiva sta cambiando lo scenario globale. Ciò rende indispensabile la realizzazione di un prodotto che soddisfi una molteplicità di requisiti come ad esempio quelli estetici, prestazionali, di affidabilità ed economicità. La produzione di mezzi di trasporto sempre più affidabili richiede quindi una fase di progettazione caratterizzata da uno studio estremamente accurato per quanto riguarda il dimensionamento strutturale di ogni singolo particolare mentre la necessità di mantenere bassi i costi di produzione si traduce in tempi di progettazione molto ridotti.

Tutto questo assume una importanza predominante in ambito motociclistico, dove il peso e le dimensioni assumono una rilevanza di primo piano, ancor più che in ambito automobilistico, a causa delle prestazioni che sono fortemente vincolate a tali parametri. Si capisce dunque come lo sforzo dei progettisti sia teso a massimizzare le prestazioni riducendo al minimo pesi ed ingombri. A fronte di tali esigenze, ovviamente, l'elemento sicurezza deve mantenere una posizione di primo piano tra gli obiettivi da perseguire. Per tali motivi la determinazione delle sollecitazioni e delle tensioni che interesseranno, durante il loro funzionamento, tutti i componenti del motociclo, acquista una estrema importanza e, nei casi più complessi, non è detto che le tecniche di calcolo basate sui tradizionali schemi strutturali diano risultati precisi e corretti.

Per quanto riguarda il presente lavoro la concentrazione cade sull'avantreno, che in un motociclo è composto sostanzialmente da tre elementi, ovvero dalla forcella anteriore, dal pneumatico e dall'impianto frenante.

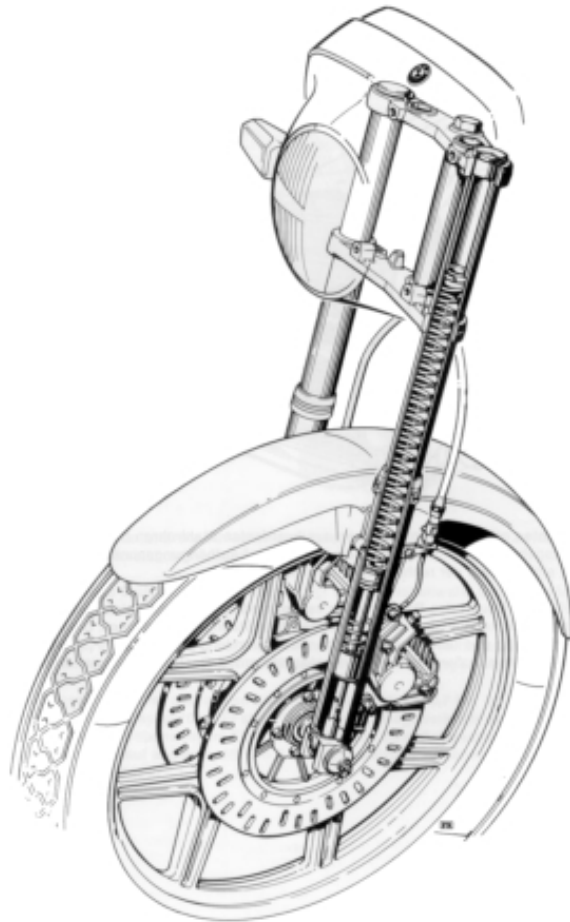


Fig. 1.1: rappresentazione dell'avantreno motociclistico

La forcella anteriore deve svolgere la fondamentale funzione di collegare al telaio la ruota anteriore, permettere di sterzare e fungere anche da sospensione (controllando il movimento del telaio rispetto al pneumatico) e da ammortizzatore (smorzando e rallentando l'oscillazione).

La forcella è costituita da due coppie di due tubi coassiali, che scorrono uno dentro l'altro, dove il tubo di minor diametro viene definito "stelo", mentre quello di diametro maggiore "fodero"; ogni

coppia di tubi prende il nome di "gambale" e sono collegati al canotto di sterzo con due trapezi (o piastre).

L'elemento elastico (molla) che funge da sospensione viene alloggiato all'interno di questi tubi e, nel caso di forcelle tele idrauliche (caso più comune) viene alloggiato anche il supporto d'ammortizzazione, generalmente di tipo idraulico, contenente olio sintetico di una densità prestabilita.

Il collegamento della pinza frenante anteriore alla forcella è generalmente realizzato, nel caso in cui le forcelle siano di tipo tradizionale, attraverso due attacchi ricavati sul fodero della sospensione.

In questa sede la concentrazione sarà rivolta proprio alla progettazione di un componente, estremamente importante, presente nella sospensione anteriore di un motociclo: gli attacchi per la pinza frenante.

In particolare, questo studio si occuperà di forcelle anteriori a steli tradizionali, con un unico corpo frenante e con attacco tradizionale tra stelo e pinza freno. E' da notare che i risultati ottenuti saranno applicabili anche a forcelle con doppio freno a disco.

Attualmente, la progettazione meccanica di componenti motociclistici quali gli attacchi per la pinza freno qui analizzati, viene portata avanti sostanzialmente attraverso due strumenti:

- quello dell' "esperienza" del costruttore, ovvero della consapevolezza che, ad esempio, quel dato componente ha sempre retto il carico e quindi si presume che continui a farlo. Si noti come, in questo modo, anche un componente sovradimensionato potrebbe essere considerato valido ma, in un ambito come quello motociclistico, in cui le prestazioni assolute rivestono un ruolo fondamentale nell'offerta al cliente finale, sovradimensionare un

componente significa aumentare inutilmente l'ingombro ed il peso del mezzo;

- quello delle prove sperimentali eseguite su prototipi: queste altro non sono che prove, condotte utilizzando apposite attrezzature, atte a simulare le azioni agenti sugli elementi studiati durante il loro funzionamento. Tali prove presentano l'inconveniente principale di richiedere elevati tempi e costi di realizzazione ma presentano il vantaggio di dare risultati che rispecchiano in maniera fedele il reale comportamento dei componenti con esse studiati.

Si ritiene importante inoltre sottolineare come, a causa della particolare applicazione dei componenti in questione, l'elemento "sicurezza" diventi fondamentale e quindi la sua realizzazione e progettazione abbiano margini di errore alquanto ristretti.

1.2. OBIETTIVI

L'analisi strutturale dettagliata degli attacchi della pinza freno risulta pressochè impossibile da eseguire correttamente utilizzando esclusivamente gli schemi strutturali di base della Costruzione di Macchine, per due ordini di motivi:

- complessità strutturale del sistema ruota - pinza frenante – attacchi, sistema che deve essere studiato nella sua globalità per considerare correttamente tutte le azioni e le forze agenti sull'avantreno del motociclo durante il suo funzionamento;
- geometria complessa, sezione fortemente variabile e presenza di numerosi raccordi per quanto concerne sia il trapezio che gli attacchi della pinza freno.

Da ciò si evince come, in questo ambito, la progettazione vada affrontata affiancando alle relazioni classiche della progettazione meccanica strumenti di progettazione innovativi e mirati.

Si rivela inoltre particolarmente utile, da un punto di vista applicativo, riuscire a ottenere uno strumento, di facile e veloce applicazione, che fornisca i valori e gli andamenti delle tensioni agenti nei componenti in esame.

Il presente lavoro si prefigge, in tale ottica, l'obiettivo di analizzare lo stato tensionale indotto negli attacchi della pinza freno durante la fase di frenatura e sviluppare un modello matematico che fornisca l'andamento ed il valore di tali tensioni.

Questo studio è stato svolto in collaborazione con l'azienda Paioli Meccanica S.p.A. di Minerbio (Bo), azienda che produce sospensioni anteriori motociclistiche.

Capitolo 2. LA TECNICA DEGLI ELEMENTI FINITI NELLA PROGETTAZIONE

2.1. DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

I fenomeni naturali e le attività umane generano forze, spesso variabili nel tempo, su strutture semplici o complesse. L'analisi ed il progetto di tali strutture soggette a carichi dinamici può inoltre portare a dover considerare le forze inerziali dipendenti dal tempo. La resistenza di una struttura allo spostamento può includere forze che sono funzioni dello spostamento stesso e della velocità. Di conseguenza, le equazioni che governano il moto del sistema sono generalmente equazioni differenziali non lineari alle derivate parziali, ovvero PDEs (Partial Differential Equations) che sono estremamente difficili da risolvere in termini matematici in forma chiusa. Di fatto, solo per certe situazioni semplificate si possono ottenere soluzioni analitiche. Fra i metodi analitici più usati per la risoluzione di una PDE vi sono quelli basati sulle Trasformate di Fourier e di Laplace, metodi largamente impiegati nella risoluzione delle equazioni differenziali ordinarie. Il procedimento consiste nel ridurre la PDE in una equazione ordinaria della trasformata di Fourier o di Laplace della funzione incognita. Risolta quest' ultima equazione, l'incognita viene determinata mediante una antitrasformazione.

Per i problemi fisici reali (che implicano complesse proprietà dei materiali, condizioni di carico e condizioni al contorno), invece, quello che si tenta di fare è di introdurre ipotesi ed idealizzazioni necessarie per rendere il problema matematicamente più facile, ma ancora capaci di fornire soluzioni sufficientemente approssimate e

risultati abbastanza soddisfacenti dal punto di vista della sicurezza e dell'economia. Il legame tra il reale sistema fisico e la soluzione matematica è fornito dal modello matematico del sistema idealizzato, che include tutte le ipotesi ritenute significative per il sistema reale.

La soluzione delle equazioni del modello matematico viene, attualmente, calcolata attraverso l'impiego di potenti metodi numerici (essenzialmente il Metodo degli Elementi Finiti) che rendono possibili l'esecuzione dello studio e della progettazione in maniera pratica ed efficace.

2.2. ASPETTI FONDAMENTALI DEL FEM

Il Metodo degli Elementi Finiti, ovvero FEM (Finite Element Method), è una tecnica di Analisi Numerica volta ad ottenere, come anticipato, soluzioni approssimate per una molteplicità di problemi, non solo di Ingegneria Strutturale, ma anche di Fisica, Bioingegneria e Astronomia. Per la sua varietà di impiego e duttilità quale strumento di analisi, è stato sviluppato ed è attualmente utilizzato nelle Università e nell'Industria. In numerosi problemi fisici e ingegneristici risulta sufficiente ottenere soluzioni numeriche approssimate, piuttosto che soluzioni analitiche esatte di difficile utilizzo pratico. Nonostante sia sempre possibile (sotto certe ipotesi) scrivere le equazioni differenziali e le condizioni al contorno di problemi anche complessi, si può riscontrare come non sia sempre possibile trovare una soluzione analitica in forma chiusa, a causa della irregolarità della geometria.

Una possibilità per superare questa difficoltà è quella di fare ipotesi semplificative per ridurre il problema dato ad uno possibile da trattare.

Il FEM vede il dominio come l'unione di tanti sottodomini di forma elementare: le equazioni differenziali vengono lasciate inalterate (relativamente a ciascun elemento finito) mentre il dominio viene discretizzato. In un problema al continuo di qualsivoglia dimensione, cioè in un corpo o in una regione dello spazio in cui abbia luogo un particolare fenomeno, la variabile di campo, come la pressione, lo spostamento, la temperatura, la velocità o la densità, è funzione di ciascun generico punto del dominio di definizione. Di conseguenza il problema presenta un numero infinito di incognite. La procedura di discretizzazione agli elementi finiti lo riduce ad un problema con un numero finito di incognite, suddividendo il dominio in elementi finiti ed esprimendo il campo incognito in termini di funzioni approssimanti, definite all'interno di ogni elemento. Le funzioni approssimanti, chiamate anche funzioni di forma, vengono individuate mediante i valori che la variabile dipendente assume in punti specifici detti nodi. I nodi sono posti di solito sul contorno degli elementi, in punti comuni a due o più elementi. Oltre ai nodi sul contorno un elemento può presentare dei nodi al suo interno. I valori che la variabile di campo assume sui nodi, ne definiscono univocamente l'andamento all'interno dell'elemento. Nella rappresentazione agli elementi finiti di un problema, i valori nodali della variabile di campo rappresentano le nuove incognite.

Possiamo dire che i passi su cui si basa l'applicazione della teoria degli elementi finiti sono sostanzialmente i seguenti:

- La meshatura, cioè la discretizzazione della struttura continua (ossia la suddivisione del continuo in tanti piccoli elementi di dimensione finita);

- la valutazione degli spostamenti nodali che vanno intesi come incognite primarie in funzione delle quali si determinano le altre grandezze;
- il calcolo delle deformazioni all'interno di ogni elemento finito che si ottengono differenziando gli spostamenti;
- la valutazione delle tensioni (applicando la legge di Hooke $\sigma = E \cdot \epsilon$);
- la determinazione, tramite un approccio energetico, delle forze a cui ogni singolo elemento è sottoposto.

In questa trattazione ci limiteremo a considerare solo problemi strutturali, nei quali cioè gli elementi finiti vengono impiegati per analizzare le deformazioni e le tensioni in componenti meccanici soggetti a carichi statici.

Nel caso in esame l'attenzione è stata rivolta, in particolare, allo studio dello stato tensionale del trapezio e degli attacchi della pinza freno in una forcella anteriore motociclistica.

2.3. APPLICAZIONE DEL METODO AGLI ELEMENTI FINITI AD UN CASO ELEMENTARE

Consideriamo, a titolo di esempio, il semplice caso di figura 2.1 e vediamo come si imposta il problema della soluzione in campo lineare elastico attraverso l'utilizzo del metodo degli elementi finiti.

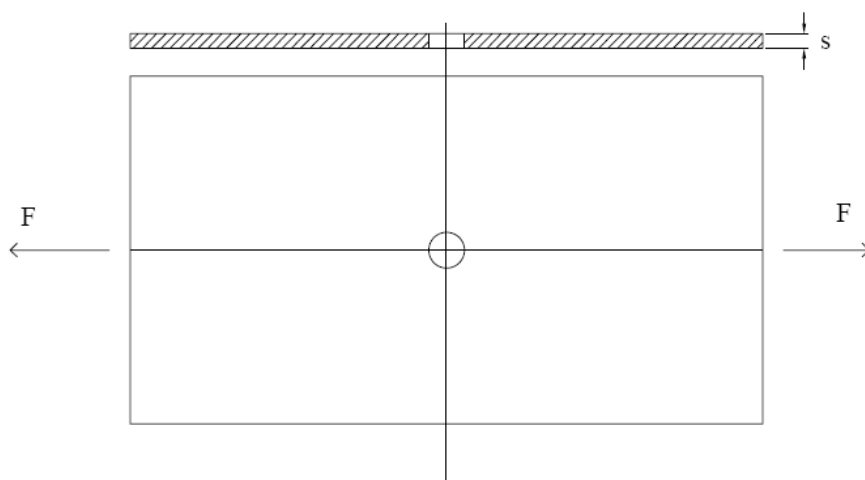


Fig. 2.1: Lastra forata

Essendo la struttura di piccolo spessore, possiamo ritenere che lo stato di sforzo sia piano (cioè gli sforzi in una direzione del sistema di riferimento sono trascurabili rispetto agli sforzi nelle altre due direzioni).

Il primo passo è, come detto, quello di dividere la lastra in un gran numero di elementi di dimensioni finite (e non infinitesime), aventi geometria triangolare: abbiamo così fornito una modellazione ad elementi finiti della struttura, come si vede in figura 2.2:

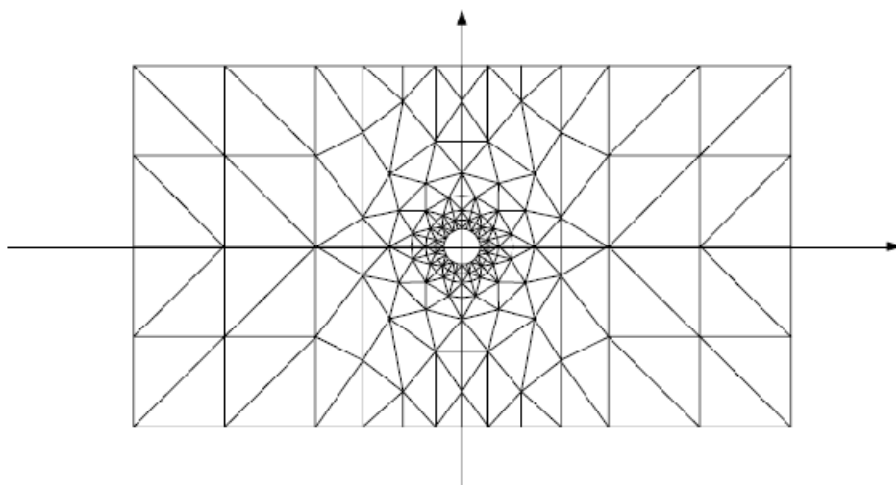


Fig. 2.2: lastra forata meshata

Gli elementi impiegati per la discretizzazione della struttura possono avere diverse forme, a seconda della geometria della struttura stessa, del tipo di informazione che si vuole ottenere, dell'accuratezza dei risultati e delle condizioni al contorno che caratterizzano l'analisi da eseguire.

La scelta di elementi triangolari a 3 nodi implica (come vedremo) un campo di spostamenti dei punti del singolo elemento descritto da una funzione lineare delle coordinate dei vertici (nodi) dell'elemento stesso. La linearità del campo di spostamento comporta uno stato di deformazione (che si ottiene ovviamente dalla derivazione delle funzioni di spostamento) uniforme su ciascun elemento, sul quale agisce di conseguenza uno stato di sforzo anch'esso uniforme. Si risale allo stato di sforzo mediante l'ipotesi di linearità del legame sforzi/deformazioni.

Poiché, però, la deformazione (e quindi lo sforzo) sono uniformi all'interno di ciascun elemento, per ottenere risultati accurati è necessario infittire la suddivisione in elementi nelle zone dove tale grandezza presenta un elevato gradiente: è quindi utile adottare elementi particolarmente piccoli nelle vicinanze di intagli, raccordi o altre discontinuità.

Per limitare l'entità dei calcoli che permetteranno di risolvere la struttura discretizzata, conviene inoltre sfruttare le simmetrie presenti, che permettono di semplificare il problema, riconducendolo all'analisi di una sola parte della struttura. Nel nostro caso, vista la doppia simmetria della lastra rispetto ai due assi coordinati, possiamo pensare che la sezione di simmetria parallela ad un asse non subisca spostamenti in direzione ortogonale a tale asse: considereremo quindi un quarto della

struttura complessiva che, per rispettare l'equilibrio, dovrà essere opportunamente vincolata ancora in rispetto delle condizioni di simmetria.

A questo proposito osserviamo che le sezioni di simmetria, in quanto tali, potranno subire spostamenti solo in una direzione e contemporaneamente dovranno mantenersi piane: il vincolo più idoneo risulta allora rappresentato da una serie distribuita di carrelli come si vede in figura 2.3.

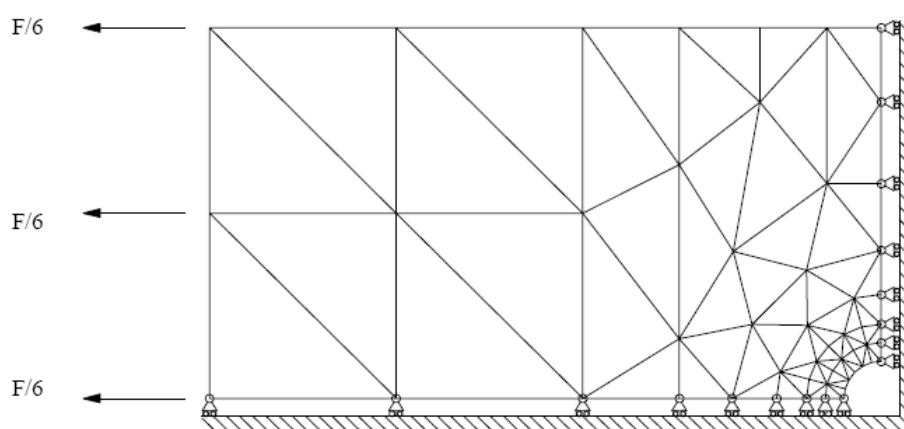


Fig. 2.3: struttura semplificata in base alle condizioni di simmetria

Per quanto concerne i carichi della struttura, quelli esterni dovranno essere applicati ai nodi della struttura discretizzata, nel caso di carichi concentrati e, se siamo in presenza di carichi distribuiti, si dovrà procedere alla loro riduzione nodale.

Nel caso da noi considerato, come si vede in figura 2.3, schematizziamo la forza F applicata alla lastra con un carico uniformemente distribuito sulla sezione della lastra stessa: si osserva come su metà sezione agisca solo metà della forza complessiva.

Esaminiamo ora un singolo elemento, riferendoci ad un sistema cartesiano ortogonale come si vede in figura 2.4:

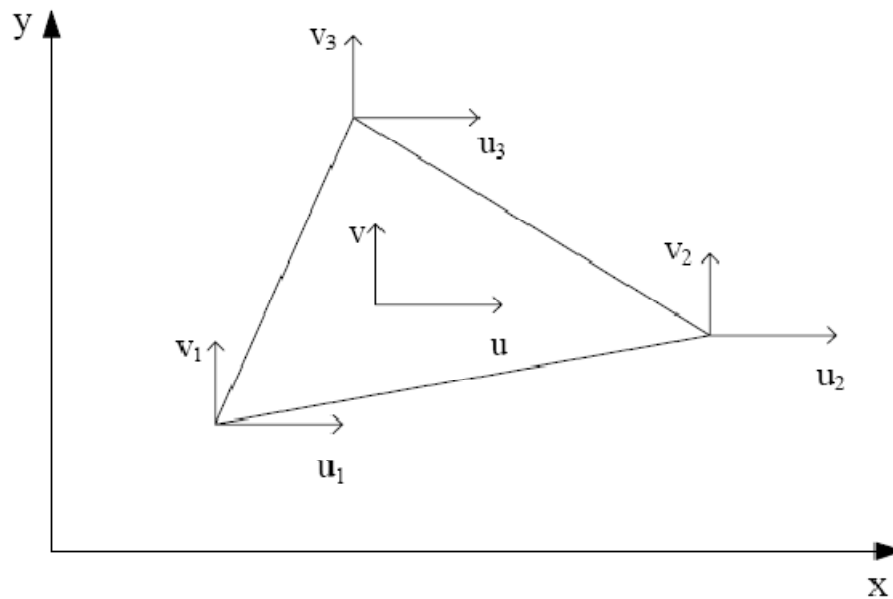


Fig. 2.4: Rappresentazione di un elemento finito triangolare

Gli spostamenti applicabili all'elemento finito triangolare sono due per ogni nodo, uno lungo l'asse x e l'altro lungo l'asse y, e quindi complessivamente si hanno sei spostamenti nodali.

Identifichiamo con i numeri 1, 2, 3 i tre vertici del triangolo (e quindi i tre nodi che lo delimitano).

Supponiamo che gli spostamenti u , v , lungo x ed y rispettivamente, di un generico punto all'interno dell'elemento finito triangolare, siano funzione lineare di x e y stesse:

$$u(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$$

$$v(x,y) = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y$$

in cui $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$, sono dei coefficienti costanti; con scrittura matriciale più compatta otteniamo:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

E quindi:

$$\{f\} = [A] \{\alpha\}$$

Dove:

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix}$$

$$\{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

Possiamo imporre che le componenti nodali di spostamento u e v assumano i valori nodali $u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3$, quando x ed y assumono i valori delle coordinate nodali, $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$:

$$\begin{cases} u(x_1, y_1) = u_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \\ v(x_1, y_1) = v_1 = \alpha_4 + \alpha_5 x_1 + \alpha_6 y_1 \\ u(x_2, y_2) = u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \\ v(x_2, y_2) = v_2 = \alpha_4 + \alpha_5 x_2 + \alpha_6 y_2 \\ u(x_3, y_3) = u_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \\ v(x_3, y_3) = v_3 = \alpha_4 + \alpha_5 x_3 + \alpha_6 y_3 \end{cases}$$

che in forma matriciale diventa:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

$$\{f_n\} = [C]\{\alpha\}$$

Dove $\{f_n\}$ è detto vettore degli spostamenti nodali.

Abbiamo così un sistema di sei equazioni nelle 6 incognite α_i (cioè nelle sei costanti che compaiono nelle equazioni che descrivono gli spostamenti lungo X e lungo Y di un generico punto interno al triangolo).

Risolvendo il sistema in funzione delle sei incognite α_i , si ottiene:

$$\alpha_1 = \frac{u_1(x_3y_2 - x_2y_3) + u_2(x_1y_3 - x_3y_1) + u_3(x_2y_1 - x_1y_2)}{2A}$$

$$\alpha_2 = \frac{u_1(y_3 - y_2) + u_2(y_1 - y_3) + u_3(y_2 - y_1)}{2A}$$

$$\alpha_3 = \frac{u_1(x_2 - x_3) + u_2(x_3 - x_1) + u_3(x_1 - x_2)}{2A}$$

$$\alpha_4 = \frac{v_1(x_3y_2 - x_2y_3) + v_2(x_1y_3 - x_3y_1) + v_3(x_2y_1 - x_1y_2)}{2A}$$

$$\alpha_5 = \frac{v_1(y_3 - y_2) + v_2(y_1 - y_3) + v_3(y_2 - y_1)}{2A}$$

$$\alpha_6 = \frac{v_1(x_2 - x_3) + v_2(x_3 - x_1) + v_3(x_1 - x_2)}{2A}$$

dove A rappresenta l'area dell'elemento finito triangolare, e vale:

$$A = \frac{1}{2}(x_1y_3 + x_2y_1 + x_3y_2 - x_1y_2 - x_2y_3 - x_3y_1)$$

Utilizzando la notazione matriciale, il vettore $\{a\}$ risulta essere pari a:

$$\{a\} = [C]^{-1} \{f_n\}$$

Quindi il vettore spostamento generico, che è funzione del vettore $\{\alpha\}$, si può scrivere in funzione degli spostamenti dei nodi:

$$\{f\} = [A][C]^{-1} \{f_n\} = [\phi] \{f_n\}$$

La matrice $[\Phi]$, detta matrice delle funzioni di forma, può essere scritta nel seguente modo:

$$[\phi] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix}$$

Con:

$$N_1 = 1 - \left[\frac{(x-x_1)(y_3-y_2) - (y-y_1)(x_3-x_2)}{2\Delta} \right]$$

In cui:

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = x_2 \cdot y_3 - x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3 + x_3 \cdot y_1 - x_3 \cdot y_2 + x_1 \cdot y_2$$

Si osserva che il termine 2Δ non è altro che il doppio dell'area del triangolo di vertici 1, 2 e 3.

E' possibile ricavare, analogamente a quanto fatto per N_1 , anche N_2 ed N_3 , ma si può giungere più semplicemente alla loro espressione permutando ciclicamente gli indici 1, 2 e 3.

Supposti quindi noti i generici spostamenti possiamo passare alle deformazioni; come noto, esse sono date dalle derivate degli spostamenti rispetto alle variabili x e y .

Impiegando le equazioni che descrivono lo spostamento di un generico punto all'interno di un elemento e ricordando l'espressione delle sei costanti α_i si ha che:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \alpha_2 = \frac{u(y_3 - y_2) + u_2(y_1 - y_3) + u_3(y_2 - y_1)}{2A} = \\ &= \frac{1}{2A} [u_1(y_3 - y_2) + u_2(y_1 - y_3) + u_3(y_2 - y_1)] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \alpha_6 = \frac{v_1(x_2 - x_3) + v_2(x_3 - x_1) + v_3(x_1 - x_2)}{2A} = \\ &= \frac{1}{2A} [v_1(x_2 - x_3) + v_2(x_3 - x_1) + v_3(x_1 - x_2)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \alpha_3 + \alpha_5 = \\ &= \frac{1}{2A} [u_1(x_2 - x_3) + u_2(x_3 - x_1) + u_3(x_1 - x_2) + v_1(y_3 - y_2) + v_2(y_1 - y_3) + v_3(y_2 - y_1)] = \\ &= \frac{1}{2A} [u_1(x_2 - x_3) + v_1(y_3 - y_2) + u_2(x_3 - x_1) + v_2(y_1 - y_3) + u_3(x_1 - x_2) + v_3(y_2 - y_1)]\end{aligned}$$

Utilizzando la notazione matriciale (con $\{f_n\} = \{u_1 v_1 u_2 v_2 u_3 v_3\}$):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} \end{bmatrix} \{f_n\}$$

Cioè:

$$\{\varepsilon\} = [B] \{f_n\}$$

Tale equazione rappresenta il legame deformazioni-spostamenti nodali.

La matrice $[B]$ è una matrice di costanti in quanto abbiamo ipotizzato che gli spostamenti dei punti del triangolo siano lineari nelle coordinate.

Siamo adesso in grado di ricavare lo stato di sforzo note le deformazioni: infatti supponendo di essere in ambito lineare elastico, si può utilizzare la legge di Hooke generalizzata che, nel caso di stato di sforzo piano, diventa:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

Cioè:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}$$

Quindi, sfruttando il legame deformazioni-spostamenti nodali, si ottiene:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{f_n\}$$

Occorre determinare le sei forze che l'elemento finito triangolare esercita ai tre nodi, in funzione dei sei spostamenti nodali.

Per passare dagli sforzi alle forze, quindi giungere ad un' equazione che leghi le forze agli spostamenti nodali, possiamo utilizzare il Principio dei Lavori Virtuali: si calcola l'energia interna al triangolo legata alle tensioni interne (esprese tramite gli spostamenti nodali), e l'energia esterna legata alle forze esterne applicate ai nodi, dopodichè si eguagliano questi due lavori. Da ciò deriva il risultato che le forze concentrate nodali sono energeticamente equivalenti alle tensioni interne al triangolo:

$$\frac{1}{2} \cdot F \cdot f_n = \frac{1}{2} \cdot \int_V \sigma \cdot \varepsilon dV$$

Che, in forma matriciale, se con $\{F\}$ indichiamo il vettore delle forze esterne, diventa:

$$\{f_n\}^T \{F\} = \int_V \{f_n\}^T [B]^T [D][B]\{f_n\} dV$$

Le matrici sotto il segno di integrale sono matrici costanti:
l'integrale triplo si riduce quindi al calcolo del volume $\Delta \cdot s$
dell'elemento triangolare:

$$\{f_n\}^T \{F\} = \{f_n\}^T [B]^T [D] [B] \{f_n\} \cdot s \cdot \Delta$$

da cui:

$$\{F\} = [K] \{f_n\}$$

con:

$$[K] = [B]^T [D] [B] \cdot s \cdot \Delta$$

La matrice $[K]$ è una matrice 6×6 di costanti ed assume il
significato di matrice di rigidezza

dell'elemento. Se si scrive tale matrice con i seguenti indici:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{1x,1x} & k_{1x,1y} & k_{1x,2y} & k_{1x,2y} & k_{1x,3y} & k_{1x,3y} \\ k_{1y,1x} & & & & & \\ k_{2x,1y} & & & & & \\ k_{2y,1x} & & & & & \\ k_{3x,1y} & & & & & \\ k_{3y,1x} & & & & & \end{bmatrix}$$

risulta più chiaro il significato dei diversi termini: l'elemento generico $k_{ix,jy}$ rappresenta la reazione che nasce nel nodo i nella direzione x per effetto di uno spostamento unitario impresso al nodo j in direzione y .

Per il teorema di reciprocità la matrice di rigidezza dell'elemento finito è simmetrica, cioè $k_{ij} = k_{ji}$.

La matrice di rigidezza ora trovata si riferisce ad un unico elemento finito. Il passo successivo è la determinazione della matrice di rigidezza globale relativa al sistema di riferimento globale. Consideriamo ad esempio il sistema di figura 2.5, costituito da due elementi finiti:

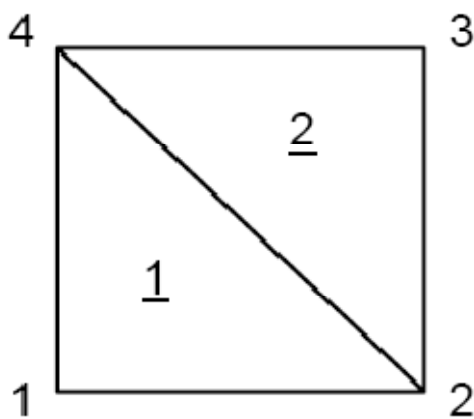


Fig. 2.5: unione di due elementi finiti triangolari

È necessario numerare tutti i nodi e gli elementi e attribuire i nodi a ciascun elemento. A questo scopo si compila una tabella nella quale si riportano, per ogni triangolo, i numeri dei vertici, che per convenzione si leggono in senso antiorario (così si costruisce la tabella delle *incidenze*):

	1° nodo	2° nodo	3° nodo
Triangolo (EF) 1	1	2	4
Triangolo (EF) 2	2	3	4

Tabella 2.1: tabella delle incidenze per il modello FEM di figura 5

Il nodo 2 appartiene al triangolo 1 (dove è il 2° nodo nella numerazione interna) e al triangolo 2 (dove è il 1° nodo nella numerazione interna).

Ora è facile osservare come, ad esempio, il $K_{2x,2x}$, coefficiente di rigidezza del nodo 2 in direzione x, sia dato da:

$$k_{2x,2x} = \left(k_{2x,2x}\right)_1 + \left(k_{1x,1x}\right)_2$$

dove il pedice fuori parentesi si riferisce al numero del triangolo.

E' opportuno sottolineare che il nodo 2 del termine a sinistra dell'uguale si riferisce alla numerazione globale mentre i nodi a destra nelle parentesi sono relativi alla numerazione interna del singolo elemento. La corrispondenza tra le due numerazioni (locale e globale) è data dalla tabella delle incidenze.

Ricavando per ogni nodo il coefficiente di rigidezza, si può scrivere la matrice globale di rigidezza:

$$\{F\}_g = [K]_g \cdot \{f_n\}_g$$

Analogamente è possibile costruire e assemblare matrici di rigidezza più complicate con altri tipi di elementi finiti sia in 2D sia in 3D seguendo gli stessi passi.

A questo punto siamo in grado di ricavare gli spostamenti in funzione delle forze applicate invertendo l'espressione matriciale precedente; dagli spostamenti si possono ricavare gli sforzi ripercorrendo quanto fatto all'inizio di questo paragrafo.

Si procede ora al calcolo delle forze nodali:

$$\{F\}_g = [K]_g \cdot \{f_n\}_g$$

Noto completamente il vettore degli spostamenti $\{f_n\}_g$, è nota la seguente relazione per ogni elemento finito:

$$\{F\} = [K] \{f_n\}$$

E' possibile ricavare quindi le reazioni vincolari, calcolare le deformazioni e poi risalire al vettore degli sforzi per ogni elemento finito:

$$\begin{aligned}\{\varepsilon\} &= [B] \{f_n\} \\ \{\sigma\} &= [D][B] \{f_n\}\end{aligned}$$

E' importante soffermarsi brevemente sulla funzione di forma impiegata per descrivere gli spostamenti all'interno dell'elemento finito. La sua scelta influenza infatti la fase di suddivisione in elementi finiti.

L'utilizzo di elementi finiti con funzioni di forma lineari permette di modellare l'andamento degli spostamenti (quindi delle deformazioni e delle tensioni) all'interno dei singoli elementi finiti attraverso funzioni lineari. L'utilizzo di elementi finiti con funzioni di forma lineari richiede perciò suddivisioni molto fitte in corrispondenza delle zone del componente in analisi in cui si prevede vi sia un elevato gradiente degli sforzi (dovuto ad esempio ad intagli o a brusche variazioni di sezione), e necessita l'effettuazione di prove preliminari (analisi di modelli a fittezza crescente) che permettano di indicare la dimensione caratteristica corretta degli elementi finiti nelle zone critiche.

L'introduzione di elementi finiti che prevedano l'utilizzo di funzioni di forma di grado superiore al primo, permette di "adeguare" il grado della funzione di forma alla particolare applicazione (si passa da polinomi interpolanti semplici a polinomi più complessi). In pratica non è necessario effettuare delle prove

preliminari con modelli a fittezza crescente per ottenere discretizzazioni che diano risultati corretti in quanto è il programma di calcolo stesso che, fissato il tipo di suddivisione in elementi finiti, utilizza funzioni di forma di grado adeguato (in maniera “gerarchica”, partendo da polinomi di grado inferiore).

2.4. FASI DELL'ANALISI FEM

L'applicazione del metodo agli elementi finiti comprende, in pratica, tre diverse fasi:

- Pre-Processing
- Processing
- Post-Processing

Nella fase di pre-processing viene realizzato un modello fisico che descrive la geometria del sistema da studiare. Al fine di ridurre i calcoli associati alla risoluzione del sistema analizzato, tale modello presenta spesso delle semplificazioni rispetto al sistema reale: vengono eliminate alcune caratteristiche che non influiscono, o che influenzano poco, la soluzione, quali ad esempio raccordi e smussi. Durante la fase in questione viene anche effettuata la scelta del tipo di elemento e la discretizzazione, nota anche come “meshatura”. La scelta del tipo di elemento è strettamente legata ai fattori elencati al paragrafo 3.1.3. Generalmente la discretizzazione viene effettuata utilizzando elementi di grandezza differente, soprattutto se questi hanno funzione di forma lineare: nelle zone di maggior interesse, come ad esempio quelle soggette ai carichi o

quelle in cui si suppone ci siano le massime tensioni e/o deformazioni, è conveniente impiegare una mesh più fitta per poter avere risultati più precisi mentre, in zone meno importanti, è opportuno l'impiego di una mesh più grossolana per poter contenere i tempi di calcolo. In ogni modo il passaggio da una discretizzazione fitta ad una più grossolana deve avvenire sempre gradualmente.

Il Processing consiste sostanzialmente nell'imposizione delle condizioni al contorno, dei vincoli e dei carichi, e nell'avviare la soluzione numerica del problema.

Nel post-processing, infine, viene fatto uno studio approfondito dei risultati ottenuti: i dati vengono valutati criticamente, manipolati, rappresentati e interpretati.

2.5. STRUMENTI DI CALCOLO UTILIZZATI

La versatilità del metodo FEM, particolarmente adatto allo studio delle deformazioni e delle tensioni indotte da carichi esterni agenti su sistemi caratterizzati da complessità geometriche, ha determinato la nascita di numerosi software commerciali impiegabili per la risoluzione di diverse problematiche. L'utilizzo di tali software deve essere però affiancato da programmi CAD con i quali realizzare le geometrie da analizzare. Tale necessità è tanto evidente che, tutti i programmi per la modellazione FEM, o sono dotati di CAD interni (i quali, però, spesso non consentono di risolvere tutte le difficoltà legate alla modellazione solida geometrica di componenti complessi) o sono facilmente interfacciabili con CAD esterni.

Quindi, per geometrie più complesse (come sono quelle studiate in questa tesi) la creazione del modello è affidata a programmi CAD dedicati: solo successivamente esso viene importato nel programma FEM e quindi analizzato.

Nel presente lavoro, per la modellazione solida geometrica, è stato utilizzato il software commerciale SolidEdge V18 mentre ANSYS 11.0 Workbench è stato lo strumento con cui si è eseguita l'analisi FEM.

2.6. ELEMENTI IMPIEGATI PER LA DISCRETIZZAZIONE

Il software Ansys fa uso di un discretizzatore automatico che di default utilizza, a seconda della geometria da analizzare, due differenti tipi di elementi:

- 1) L'elemento "solid 45" (elemento "brick"), caratterizzato dalle seguenti proprietà:

- Forma esadrica

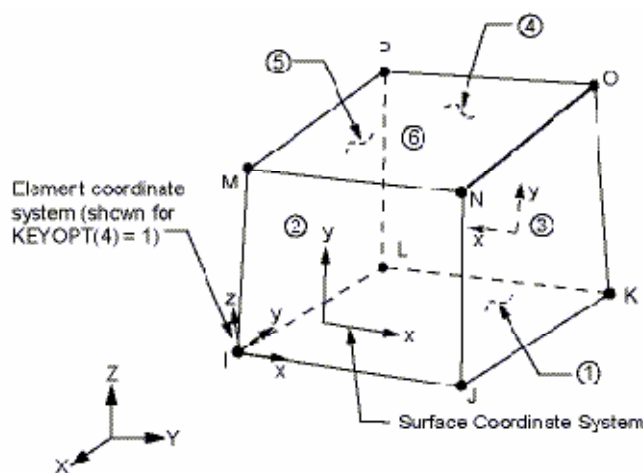


Fig. 2.6: forma dell'elemento "Solid 45"

- Elemento con 8 nodi sugli 8 vertici
- Tre gradi di libertà per ciascun nodo, costituiti dalle tre traslazioni lungo gli assi x , y , z
- A parità di altri parametri, un modello composto da elementi Solid45 richiede meno risorse computazionali e funziona più velocemente di un modello composto da elementi Solid92
- Funzione di forma quadratica
- Utilizzabile per geometrie particolarmente semplici, di cui è possibile fare una sweep, come ad esempio un cilindro

2) l'elemento "solid 92", le cui caratteristiche sono:

- forma tetraedrica

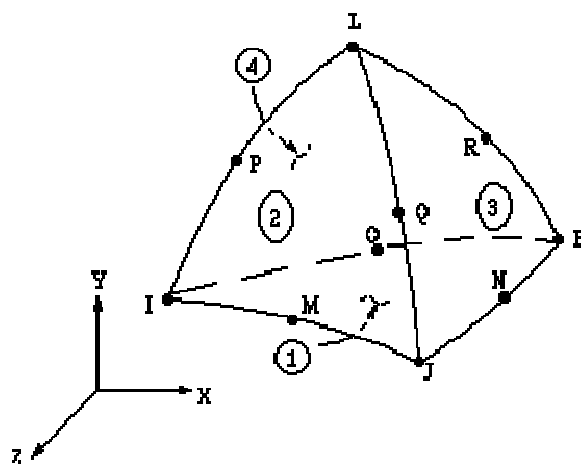


Fig. 2.7: forma dell'elemento "Solid 92"

- elemento con 10 nodi, posizionati sia sui vertici sia a metà di ogni spigolo

- tre gradi di libertà per ciascun nodo, costituiti dalle tre traslazioni lungo gli assi x, y, z
- funzione di forma quadratica
- Elemento impiegato per discretizzare geometrie più complesse, grazie alla sua forma, posizione e numero dei nodi

Come vedremo nei capitoli successivi, i due elementi appena descritti verranno impiegati a seconda della complessità delle geometrie analizzate.

Per quanto riguarda invece le dimensioni degli elementi stessi, è importante notare come il discretizzatore automatico presente in Ansys generi una discretizzazione in funzione delle dimensioni e della complessità geometrica del modello, infittendola in zone come spigoli, raccordi e smussi, dove una mesh grossolana porterebbe a incongruenze col modello geometrico di partenza. Rimane comunque una certa libertà nella scelta della grandezza e/o del tipo di elementi da usare con la possibilità di infittire e/o modificare il reticolo nei punti desiderati.

Nelle analisi che condurrò in questa trattazione, infatti, le dimensioni degli elementi verranno imposte a seconda dell'importanza che rivestono le varie parti dei componenti analizzati per quanto riguarda l'accuratezza dei risultati. Per le parti di scarso interesse, infatti, sarà utilizzata una mesh più rada, al fine di ridurre i tempi di calcolo; per le altre, invece, la dimensione della mesh verrà infittita in modo da fornire risultati sufficientemente precisi.

Capitolo 3. LA CINEMATICA DELLA MOTOCICLETTA

3.1 INTRODUZIONE

Lo studio cinematico della motocicletta è importante soprattutto per gli effetti che ha sul comportamento dinamico del veicolo. Benchè i motocicli siano composti da una gran varietà d'organi meccanici anche complessi, da un punto di vista strettamente cinematico, la motocicletta, considerando rigide le sospensioni, è semplicemente un meccanismo spaziale composto da quattro corpi rigidi:

- il retrotreno (il telaio , la sella , il serbatoio ed il gruppo motore-cambio);
- l'avantreno (la forcella, il canotto dello sterzo, il manubrio);
- la ruota anteriore;
- la ruota posteriore.

Questi corpi rigidi sono vincolati tra loro attraverso tre coppie rotoidali (lo sterzo e gli assi delle ruote) e sono collegati al terreno mediante due coppie ruota-terreno, come esemplificato nella figura successiva. Ciascuna coppia rotoidale inibisce cinque g.d.l. del meccanismo spaziale, mentre ogni coppia ruota-terreno, considerando valida l'ipotesi di moto di puro rotolamento dei pneumatici sul piano stradale, lascia liberi soltanto tre g.d.l. I tre g.d.l. del motociclo si possono associare ai tre moti principali:

- moto d'avanzamento del veicolo;
- moto di rollio attorno alla retta congiungente i punti di contatto dei pneumatici con il piano stradale;
- moto dello sterzo.

Il pilota durante la guida utilizza simultaneamente ed in maniera coordinata e personale i tre modi principali: il moto complessivo del motociclo, e la relativa traiettoria percorsa, ad esempio in una curva a gomito, è una combinazione nel tempo dei tre moti associati ai tre gradi di libertà. La manovra effettuata è perciò una tra le possibili infinite manovre, e caratterizza lo stile di guida del pilota.

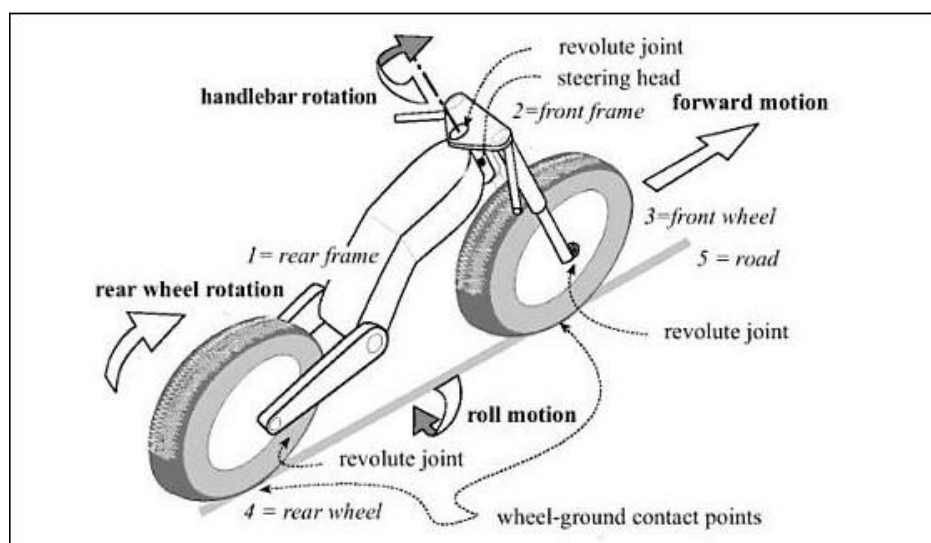


Fig. 3.1: Struttura cinematica della motocicletta

3.2 LA GEOMETRIA DEL MOTOCICLO

Nello studio cinematico si fa riferimento ad un motociclo rigido, ossia senza sospensioni, e con ruote e pneumatici indeformabili, schematizzabili come solidi toroidali a sezione circolare. Le grandezze geometriche a cui si fa usualmente riferimento per caratterizzare il motociclo sono:

- Avancorsa
- Passo
- Angolo di inclinazione dello sterzo

Queste grandezze servono a definire la maneggevolezza del veicolo cioè la capacità, da parte del veicolo, di seguire i comandi impartiti dal pilota nel modo più rapido e fedele possibile. Esaminiamo nei dettagli l'avancorsa e l'effetto che ha sul comportamento dinamico della motocicletta.

L'avancorsa è un parametro fondamentale per la determinazione delle caratteristiche dinamiche della motocicletta. Si tratta di un parametro geometrico, definito come "la distanza tra il punto di contatto della ruota anteriore e il suolo e il punto di intersezione dell'asse dello sterzo sempre con il piano stradale".

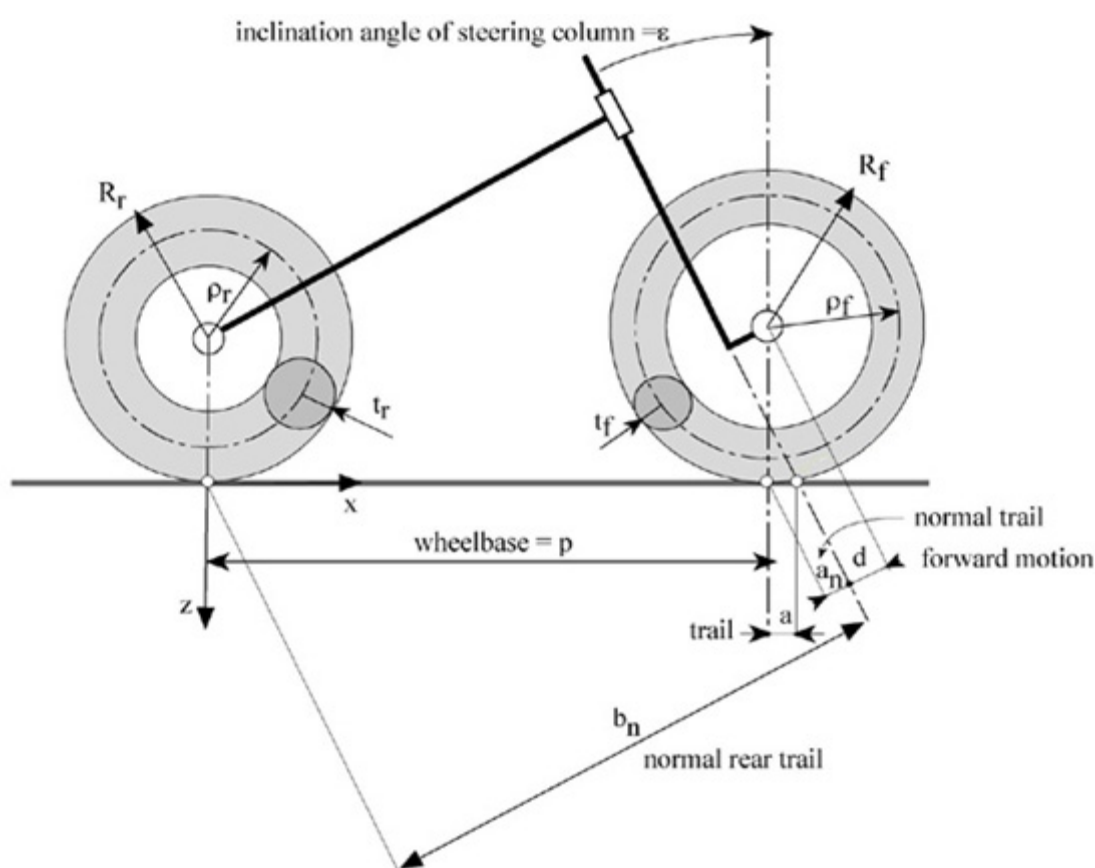


Fig. 3.2: Geometria della motocicletta

Nella figura l'avancorsa è indicata con a . Altrettanto importante è l'avancorsa normale (a_n) definita come la distanza tra il punto di

contatto del pneumatico con il piano stradale e l'asse dello sterzo del veicolo. Il legame tra le due avancorse è dato dalla seguente relazione:

$$\alpha = \frac{\alpha_n}{\cos \varepsilon}$$

dove ε è l'angolo di inclinazione dello sterzo. L'avancorsa è molto importante per la stabilità del veicolo, soprattutto nel moto rettilineo. Per capire come l'avancorsa influisca sulla stabilità del veicolo consideriamo un motociclo che avanza su un tratto rettilineo e con velocità costante V . Supponiamo che ad un certo punto una qualsiasi perturbazione (colpo di vento, irregolarità del suolo) provochi una leggera rotazione dello sterzo verso sinistra. La rotazione dello sterzo provoca una forza di attrito laterale F nel punto di contatto pneumatico-strada. La forza di attrito è dovuta allo strisciamento del pneumatico come rappresentato nella seguente figura:

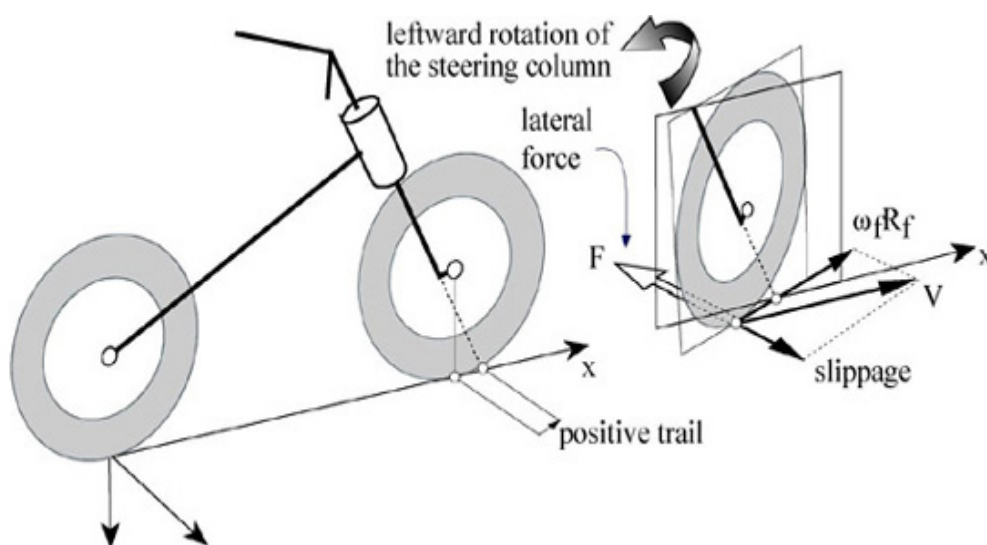


Fig. 3.3: Effetto stabilizzante dell'avancorsa positiva

A ruota inclinata il vettore velocità V si può dividere in due componenti.

Una è parallela al piano della ruota e rappresenta la sua velocità periferica, pari a $\omega_f R_f$.

L'altra, perpendicolare alla prima, rappresenta la velocità di strisciamento, che genera la forza F . Questa forza, genera una coppia che tende a riportare lo sterzo nella posizione di equilibrio: questo momento raddrizzante è proporzionale al valore dell'avancorsa normale.

- Valori ridotti dell'avancorsa generano piccoli momenti di richiamo della forza di attrito laterale; la manovra di sterzata richiede minore forza da parte del pilota, ma lo sterzo risulta poco stabile, cioè sensibile alle varie irregolarità.
- Valori elevati dell'avancorsa aumentano la stabilità del mezzo in rettilineo, ma peggiorano considerevolmente le caratteristiche di manovrabilità e di maneggevolezza: occorre più sforzo da parte del pilota per le curve.

Non si può parlare di avancorsa senza introdurre il concetto di passo (p) e quindi di avancorsa posteriore (b_n). Il passo è definito come "la distanza tra i punti di contatto dei pneumatici con il piano stradale", mentre l'avancorsa posteriore è "la distanza tra il punto di contatto del pneumatico posteriore con la superficie stradale e l'asse dello sterzo".

Le forze laterali generate dall'attrito tra pneumatico e strada producono dei momenti attorno all'asse dello sterzo proporzionali alle distanze a_n e b_n ; che si possono esprimere in funzione di passo ed avancorsa:

$$a_n = a \cdot \cos \varepsilon = R_f \cdot \sin \varepsilon - d$$

$$b_n = (p + a) \cdot \cos \varepsilon$$

[R_f e d sono rispettivamente il raggio del toroide del pneumatico anteriore e la distanza del canotto di sterzo dall'asse della forcella (offset)]

Questa considerazione ci fa capire che il passo e l'avancorsa sono intimamente legati tra loro e vanno quindi considerati insieme: non sarebbe corretto, quindi, parlare del valore dell'avancorsa se non viene riferita al valore del passo del motociclo. Per confrontare diversi modelli di motociclette, è dunque opportuno basarsi sul rapporto tra le avancorse normali anteriore e posteriore R_n .

I veicoli da corsa hanno R_n all'incirca pari al 6%, mentre quelli sportivi hanno valori di 6-6.5%; i veicoli da turismo oscillano tra il 6 e l'8% mentre i custom hanno valori del 7-8%. E' evidente che i custom devono essere stabili alle basse velocità, vista la loro particolare destinazione d'uso. Viceversa le moto sportive e turistiche hanno bisogno di un'avancorsa minore rispetto al passo per avere una migliore maneggevolezza in quasi tutti i range di utilizzo. Le moto da gara, invece, devono avere come punto di forza la maneggevolezza sacrificando la stabilità alle alte velocità; questo fatto, visto l'uso esclusivo da parte di piloti professionisti, non costituisce un grave problema ai fini della sicurezza di guida.

3.3 IL COMANDO IDRAULICO DEI FRENI

Per trasmettere al dispositivo frenante la forza applicata dal pilota alla leva o al pedale (cioè al comando), è generalizzato l'uso di sistemi idraulici, in grado di moltiplicare debitamente tale forza.

Lo schema elementare di un sistema frenante idraulico comprende i seguenti componenti:

- un comando a leva (anche il pedale è una leva)
- una pompa
- una conduttura
- una pinza-attuatore dotata di pistoncini che agiscono su pastiglie d'attrito
- un disco freno solidale alla ruota, su cui agiscono le pastiglie

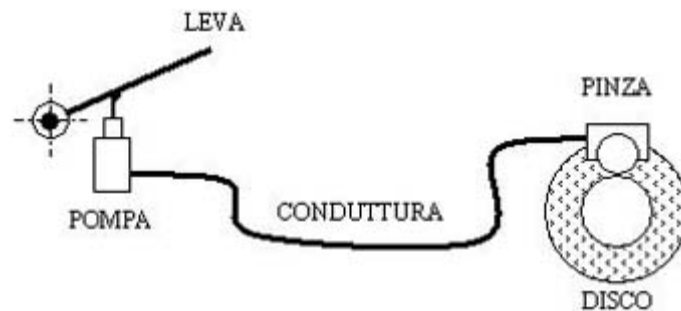


Fig. 3.4: Circuito frenante

L'incremento della forza viene ottenuto combinando due principi fisici: quello della leva (meccanico) e quello di pascal (idraulico).

3.3.1 Principio della leva.

Esaminiamo il caso del freno anteriore (analoghe considerazioni valgono anche per quello posteriore, con comando a pedale).

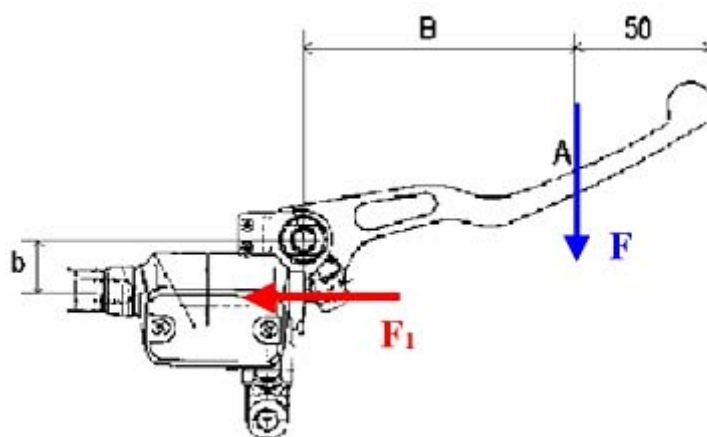


Fig. 3.5: Principio della leva

Si può supporre che la forza venga esercitata dalle dita (F) nel punto A della leva indicato in figura, per convenzione posto a 50 mm dall'estremità.

Applicando al sistema l'equazione di equilibrio dei momenti rispetto al perno si ottiene:

$$F \times B = F_1 \times b$$

ovvero:

$$F_1 = \frac{B}{b} F$$

Questa espressione ci permette di calcolare la forza (F_1) che effettivamente agisce sul pistone della pompa del freno. Tenuto conto che B è sempre maggiore di b , si deduce che la forza che agisce sulla pompa è maggiore di quella impressa dalle dita; tuttavia non ancora sufficiente a garantire una frenata adeguata. Ecco perché si ricorre ad un ulteriore effetto amplificante.

3.3.2 Principio di Pascal

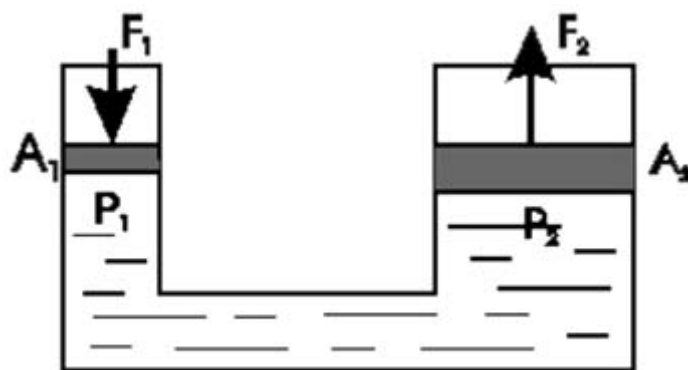


Fig. 3.6: Principio di Pascal

Con l'ipotesi che le tubazioni siano inestensibili e il fluido all'interno delle stesse sia incompressibile, possiamo affermare che la F_1 è proporzionale alla forza F_2 con cui la pinza spinge i propri pistoncini sul disco. In realtà tali ipotesi non sono del tutto vere, soprattutto per quanto riguarda l'inestensibilità delle tubazioni che, sotto il carico delle sovrappressioni interne tendono ad aumentare di diametro ovvero di volume (effetto polmone) riducendo l'efficacia e la precisione della frenata.

Per determinare la legge di proporzionalità che esiste tra la F_1 e la forza che agisce sui pistoncini della pinza F_2 è necessario introdurre il Principio di Pascal. È noto che, applicando attraverso una superficie (la faccia del pistone) una forza ad un fluido si genera una pressione:

$$P = \frac{F}{S}$$

All'interno delle tubazioni di un impianto chiuso (conduttura) la pressione è costante in tutti i punti (principio di Pascal), allora

$$P_1 = P_2$$

Ovvero

$$\frac{F_1}{A_1} = P_1 = P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

da cui

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1$$

Quindi F_2 è maggiore di F_1 essendo A_2 maggiore di A_1 .

Questo significa che per avere una forza maggiore in uscita è sufficiente disporre di superfici (sezioni dei pistoncini della pompa e della pinza) adeguatamente dimensionate: il diametro del pistoncino della pinza è maggiore di quello della pompa. Maggiore sarà il rapporto A_2/A_1 , maggiore sarà la forza F_2 .

Bisogna però considerare che l'incremento della forza avviene a discapito della modulabilità della frenata; per questo si tende a non andare oltre certi valori prefissati del rapporto delle sezioni. La F_2 così determinata è la forza che agisce normalmente (perpendicolarmente) al disco, tramite i pistoncini della pinza. Quindi noto il coefficiente di attrito pastiglia/disco f , la geometria del freno (b , raggio medio) e la forza F_2 si è in grado di valutare il momento frenante, nel caso di una coppia di pastiglie si ottiene:

$$M_{FRENANTE} = 2 \cdot (f \cdot F_2 \cdot b)$$

3.4 LE SOSPENSIONI

Per quanto riguarda l'intero apparato della sospensione al quale è applicato l'impianto frenante possiamo dire che il compito di una sospensione è quello di filtrare le asperità del fondo stradale e di mantenere il più possibile costante l'assetto del mezzo, cioè di mantenere costanti le misure di interasse, avancorsa (parametro molto importante del quale parleremo successivamente), posizione del baricentro. La moto nel suo insieme si può considerare divisa in due macro gruppi: “masse non sospese” (ovvero a “diretto” contatto con il suolo come ruote, dischi e pinze freni) e “masse sospese”. Le sospensioni rappresentano proprio l'interfaccia tra queste due “parti”.

Una sospensione è costituita da un cinematisma deformabile che collega ruota e telaio: l'elemento deformabile del cinematisma è l'ammortizzatore, il cui compito è quello di determinare la legge elastica e la velocità con cui tornare alla posizione iniziale. L'ammortizzatore è composto da un elemento molla e da uno smorzante. La distinzione tra questi due elementi funzionali è evidente nella sospensione posteriore, mentre quella anteriore (generalmente del tipo “forcella telescopica”) cela al suo interno le due funzioni.

3.4.1 La molla

Si consideri un sistema composto da una massa collegata tramite molla ad un telaio.

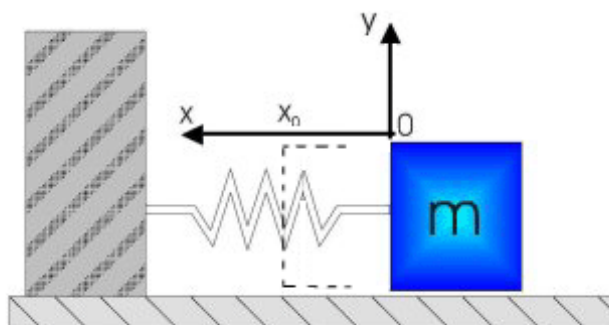


Fig. 3.7: Sistema massa-molla

Supponiamo che tra il corpo di massa m e il piano di appoggio non ci sia attrito. Pensiamo di muovere il corpo in oggetto in modo tale da comprimere (o espandere) la molla. La forza necessaria per fare ciò è data dalla seguente legge:

$$F = k \cdot x$$

Dove k è la costante di rigidità della molla e x è la misura dello spostamento dalla posizione di riposo. Tale legge ha un andamento lineare come rappresentato nel seguente grafico.

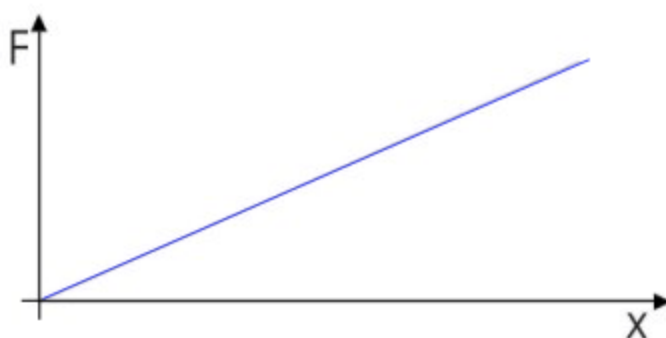


Fig. 3.8: Legame forza-spostamento

Posizionando la massa in una posizione diversa da quella di equilibrio si carica la molla di energia potenziale. Energia data dalla seguente equazione:

$$E_p = \frac{k \cdot x^2}{2}$$

Se lasciamo il sistema libero, non sarà in equilibrio pertanto tenderà a tornare nella posizione iniziale. Durante il ritorno nella posizione di equilibrio l'energia potenziale si trasforma in energia cinetica la cui espressione è la seguente:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Dove v è la velocità del corpo. Una volta tornati nella posizione di origine, quindi, tutta l'energia potenziale si è trasformata in energia cinetica e quindi il sistema non è ancora in equilibrio. Questo è il motivo per cui la molla, se era stata compressa, comincia ad estendersi perdendo energia cinetica e riacquistando energia potenziale. Questo processo, in condizioni ideali, proseguirebbe all'infinito rispettando la seguente legge:

$$E_p + E_c = \frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2} = \text{costante}$$

Il movimento che ne risulta è il moto armonico semplice la cui legge è la seguente:

$$x = x_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Dove x_0 è l'ampiezza di oscillazione (ovvero di quanto inizialmente abbiamo spostato la massa dalla posizione di equilibrio) e ω è la pulsazione propria del sistema. Ricordando che la pulsazione propria del sistema è legata alla costante elastica della molla e alla massa dalla seguente equazione:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

L'andamento in funzione del tempo di tale moto è questo:

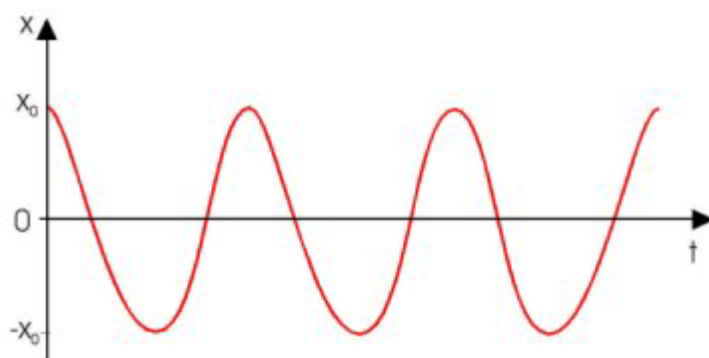


Fig. 3.9: Moto armonico semplice

Queste considerazioni fanno già capire come una sospensione dotata solo di molla renderebbe impossibile la guida della motocicletta. Ma c'è da fare ancora una considerazione. Supponiamo di sollecitare il sistema con una forza F ripetuta nel tempo con una pulsazione Ω , cioè con la seguente legge:

$$F = A \cdot \sin(\Omega \cdot t)$$

Una situazione del genere si ha quando si va in moto sul pavè cittadino o su una strada dotata di dossi posti ad uguale distanza fra di loro. In generale si avrà un aumento dell'ampiezza di oscillazione:

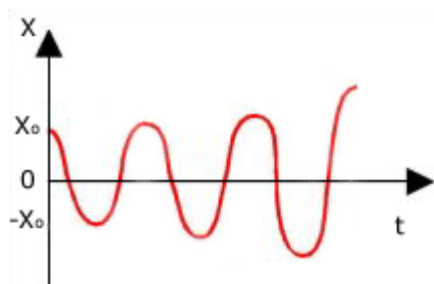


Fig. 3.10: Moto armonico amplificato

Quando la pulsazione Ω coincide con la pulsazione propria del sistema ω , si raggiungono le condizioni critiche; quindi si ha un aumento dell'ampiezza che tende all'infinito e il sistema inevitabilmente va in crisi distruggendosi. In definitiva una massa collegata ad una molla che non si trova nella posizione di riposo si muove, se lasciata libera, di moto armonico semplice indefinitamente nel tempo. Se applichiamo una forza pulsante al sistema massa-molla si rischia di avere un notevole aumento dell'ampiezza di oscillazione. Il problema può essere risolto ricorrendo a qualche accorgimento che faccia tornare il sistema nella posizione di partenza con il minor numero di oscillazione. Tale accorgimento è proprio dell'ammortizzatore che svolge la funzione di smorzatore delle oscillazioni.

3.4.2 Lo smorzatore

Serve a dissipare l'energia trasmessa dal fondo stradale alla molla della sospensione impedendo all'elemento elastico di oscillare all'infinito o di entrare in risonanza e quindi di rompersi.

Lo schema di un sistema costituito da un corpo di massa m , da una molla e da un ammortizzatore è il seguente:

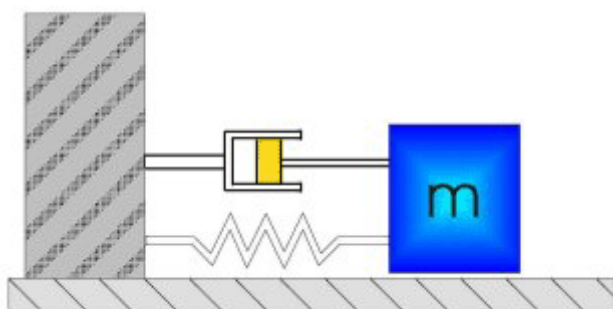


Fig. 3.11: Sistema massa-molla-smorzatore

L'azione smorzante dell'ammortizzatore è proporzionale alla velocità di spostamento del corpo di massa m secondo la legge:

$$R = c \cdot v = c \cdot \dot{x}$$

R è la forza di smorzamento, \dot{x} è la velocità con cui si sposta il corpo di massa m ed c è la costante di smorzamento. Con l'introduzione dell'elemento smorzante si ottiene un moto armonico smorzato, cioè un moto oscillatorio in cui l'ampiezza di oscillazione tende a diminuire nel tempo. Esiste un valore di c , chiamato smorzamento critico, per il quale il sistema si arresta in una sola oscillazione come mostrato nella seguente figura:

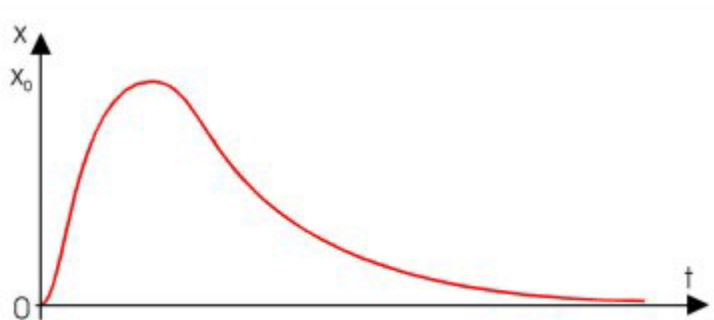


Fig. 3.12: Moto armonico smorzato in condizione di smorzamento critico

Questa è la condizione migliore, da avere come obiettivo durante la progettazione e quando si interviene sul set-up della motocicletta.

Capitolo 4. ANALISI TENSIONALE DEGLI ATTACCHI PER LA PINZA FRENO

4.1 INTRODUZIONE

Uno dei componenti più importanti, sia per quanto riguarda la sicurezza che per quanto riguarda le prestazioni assolute, presenti nell'avantreno motociclistico, è l'impianto frenante, composto dal disco (solidale alla ruota), dalla relativa pinza freno (solidale alla sospensione) e dal circuito idraulico di azionamento. Il disco presenta una pista frenante in acciaio, collegata solidalmente al cerchio della ruota anteriore. Nel caso di forcelle a steli tradizionali, come quelle analizzate in questa trattazione, la pinza frenante è accoppiata, tramite due attacchi e relativi collegamenti filettati, ad uno dei due steli della sospensione anteriore (qualora sia presente un doppio freno a disco, invece, ci saranno due distinte pinze frenanti accoppiate ai due steli della sospensione).



Fig. 4.1: Impianto frenante

La presente trattazione si occupa nello specifico di analizzare il comportamento degli attacchi che collegano pinza e stelo gamba e in particolare alla loro sollecitazione a momento torcente. Il risultato ottenuto servirà di completamento al lavoro già svolto in precedenza per Paioli e che si occupava della tensione flessionale e normale. Si giungerà così alla determinazione della tensione equivalente e di conseguenza al completamento del modello matematico di dimensionamento.

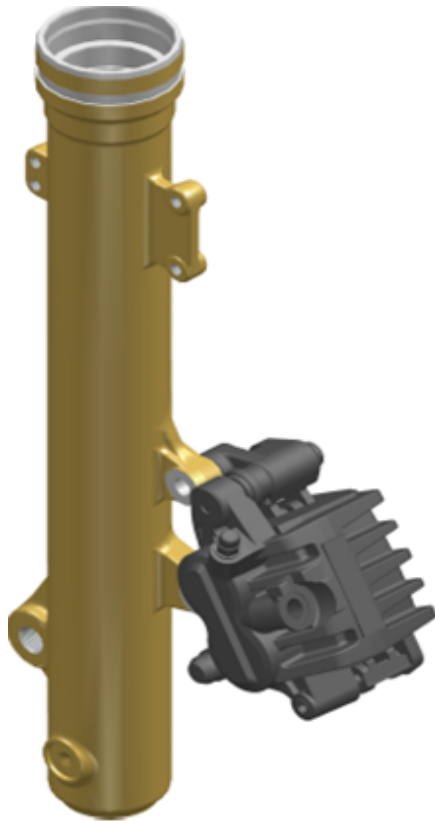


Fig. 4.2 : Gamba (fodero) della sospensione anteriore di un motociclo con relativa pinza frenante ed attacchi

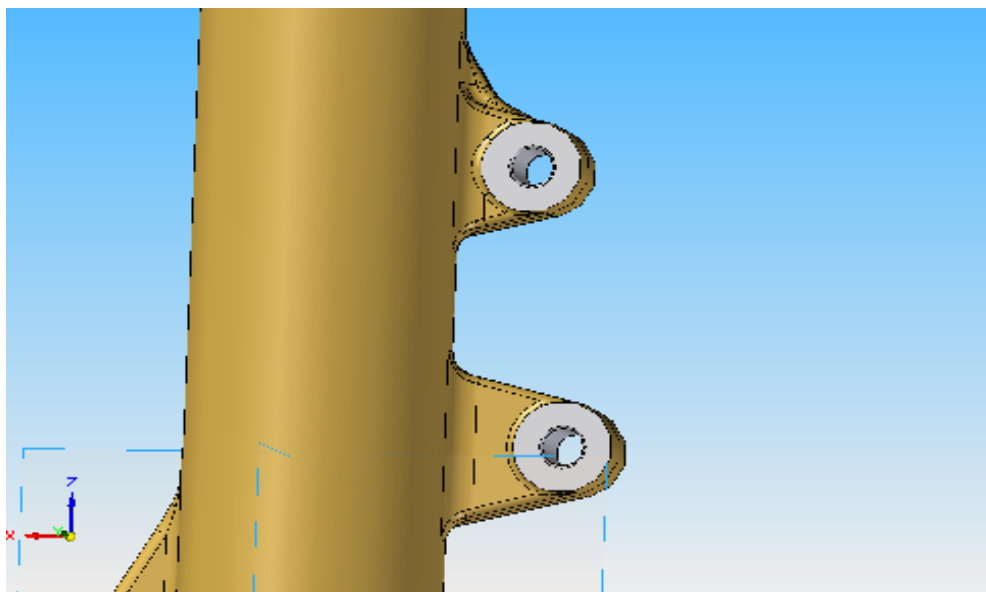


Fig. 4.3 : Dettaglio degli attacchi per la pinza freno

4.2 GEOMETRIA DEL FODERO

Il fodero è realizzato in alluminio presso-fuso e caratterizzato da una geometria complessa. L'organo è costituito da una struttura portante cava al cui interno scorre lo stelo e sulla quale sono ricavati, a circa metà della sua lunghezza, due elementi forati, che rappresentano appunto gli attacchi per la pinza freno che verrà accoppiata al fodero. Il pezzo viene prodotto tramite fusione in conchiglia a gravità ed a bassa pressione, per poi essere sottoposto a sbavatura e smerigliatura tramite l'impiego di robot.

Successivamente, utilizzando centri di lavoro a controllo numerico, sul componente così ottenuto vengono eseguiti i fori e le fresature che permetteranno di ottenere un pezzo finito da accoppiare agli altri componenti della sospensione.

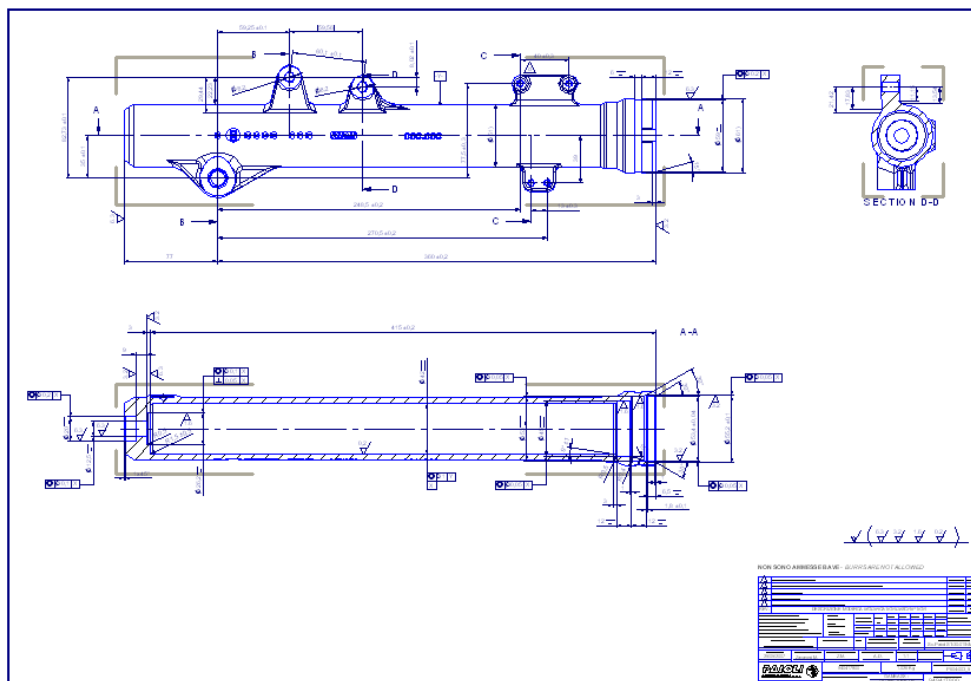


Fig. 4.4: Rappresentazione 2D del fodero

4.3 PROCEDURA SEGUITA

L'ottenimento di un modello analitico che descriva lo stato tensionale indotto, durante la frenata, negli attacchi della pinza freno, passa attraverso le seguenti fasi:

- Determinazione, tramite uno studio sull'equilibrio del motociclo in fase di frenata, di quelle che sono le sollecitazioni trasmesse agli attacchi della pinza freno durante le condizioni di funzionamento più gravose;
- realizzazione al calcolatore di una struttura tridimensionale che simuli l'effettivo funzionamento dell'insieme ruota - pinza frenante – attacchi, da impiegare successivamente per

l'analisi in ambiente FEM dello stato tensionale indotto sugli attacchi della pinza freno.

E' importante rilevare che tale attrezzatura sarà poi realizzata fisicamente ed impiegata in Paioli per eseguire prove e test sulla componentistica da sviluppare. Ciò permetterà di verificare, sul campo, la validità del modello teorico ottenuto in questo lavoro. A riguardo è da osservare come attualmente presso la Paioli Meccanica non esista una macchina od un'attrezzatura di prova dedicata alla valutazione del comportamento degli attacchi delle pinze freno nelle diverse condizioni di carico. La progettazione di tali attacchi e, conseguentemente, della gamba, non può perciò essere supportata da prove sperimentali così come le verifiche ed i calcoli strutturali eseguiti con metodi tradizionali risultano di difficile se non impossibile applicazione. Anche le verifiche numeriche eseguite agli elementi finiti non sono completamente affidabili a causa delle complicate condizioni di vincolo e di carico dei componenti. Infine in letteratura non esistono schemi strutturali o metodi di prova che simulino in modo corretto il comportamento strutturale delle pinze freno e dei componenti che le collegano alle gambe della sospensioni. Il presente lavoro è, perciò, assai innovativo ed importante sia per la Paioli Meccanica sia, più in generale, per la letteratura tecnica riferita alla progettazione di sospensioni anteriori motociclistiche;

- determinazione, tramite simulazioni in ambiente FEM condotte su una geometria semplificata che rappresenta gli attacchi in esame, dell'effettivo stato tensionale presente negli attacchi della pinza freno durante la frenata;

- determinazione di un modello analitico che, basandosi sulle relazioni classiche della progettazione meccanica, esprima lo stato tensionale ottenuto nelle simulazioni descritte al punto precedente;
- verifica e validazione del modello ottenuto, attraverso la sua applicazione alla geometria reale (attrezzatura di simulazione), con valutazione di eventuali discrepanze.

4.4 DETERMINAZIONE DELLA DECELERAZIONE MASSIMA

L'impianto di frenatura di un motociclo è complessivamente composto dagli impianti frenanti anteriore e posteriore.

Il freno posteriore dà il suo contributo in due frangenti:

- nella frenata (cosiddetta staccata) per l'inserimento in curva del motociclo;
- nella frenata al limite di aderenza in rettilineo.

4.4.1. Contributo del freno posteriore nella staccata

Nell'inserimento in curva l'utilizzo del freno posteriore fornisce un valido contributo soprattutto ai fini della stabilità direzionale. Infatti, se la frenata viene effettuata bruscamente, usando il solo freno anteriore potrebbe insorgere una condizione pericolosa perché il carico sulla ruota posteriore diminuisce fino quasi ad annullarsi a causa del trasferimento di carico. La forza di frenata anteriore e la forza di decelerazione del motociclo generano infatti una coppia che tende ad imbardare maggiormente il motociclo, ossia a ruotare il retrotreno verso l'interno della curva con conseguente possibile caduta, se non si smette di frenare:

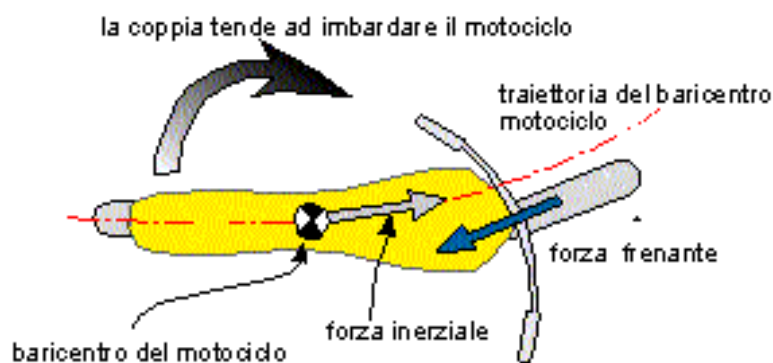


Fig. 4.5: Motociclo in curva con forza frenante solo anteriore

La forza frenante della ruota posteriore ha invece una azione stabilizzante nei confronti della direzionalità del motociclo come si può intuire osservando la figura 4.6:



Fig. 4.6 : Motociclo in curva con forza frenante solo posteriore

Quanto detto di utilizzare durante la frenata per l'inserimento in curva del veicolo sia il freno anteriore che il freno posteriore.

4.4.2. Trasferimento di carico durante la frenata

Durante la frenata (moto decelerato) il carico sulla ruota anteriore aumenta mentre il carico sulla ruota posteriore diminuisce, ovvero c'è un trasferimento di carico dalla ruota posteriore a quella anteriore.

Per determinare tale trasferimento di carico, nonché i carichi

dinamici agenti sulle ruote, è sufficiente applicare le equazioni cardinali:

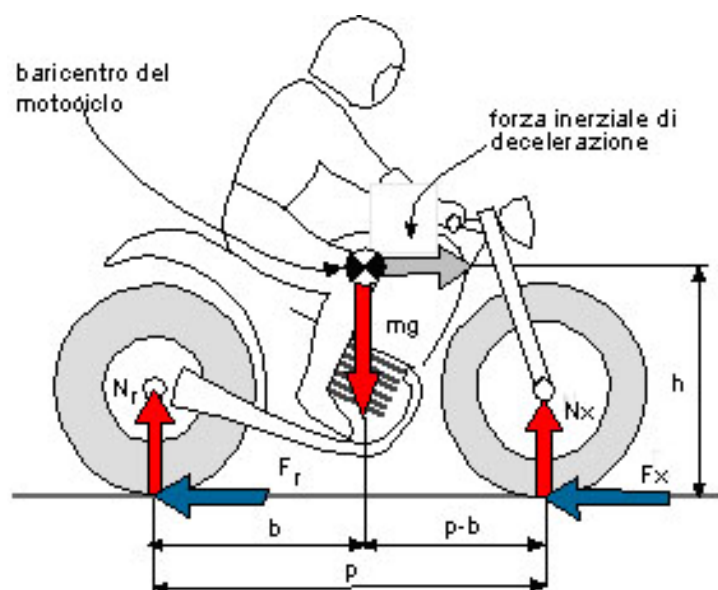


Fig. 4.7: Motociclo in fase di frenata

Equilibrio delle forze orizzontali:

la forza di inerzia di decelerazione (data dal prodotto della massa m per la decelerazione d) è uguale alla somma delle forze frenanti:

$$m \cdot d = F_x + F_r$$

dove:

F_x = forza frenante anteriore

F_r = forza frenante posteriore

Equilibrio delle forze verticali:

la forza peso mg è uguale alla somma dei carichi verticali agenti sulle ruote:

$$-m \cdot g + N_r + N_x = 0$$

dove:

g = accelerazione di gravità = $9,81 \text{ m/s}^2$

N_r = carico verticale agente sulla ruota posteriore

N_x = carico verticale agente sulla ruota anteriore

Equilibrio dei momenti rispetto al baricentro:

$$-F \cdot h - N_r \cdot b + N_x \cdot (p - b) = 0$$

dove:

F = forza di frenata complessiva = $F_x + F_r$

h = altezza baricentro

b = distanza orizzontale tra baricentro e punto di contatto tra asfalto e pneumatico posteriore

p = passo

Dalle tre equazioni di equilibrio appena viste, otteniamo che il carico dinamico sulla ruota anteriore risulta pari alla somma del carico statico e del trasferimento di carico:

$$N_x = m \cdot g \cdot \frac{b}{p} + F \cdot \frac{h}{p}$$

mentre il carico dinamico sulla ruota posteriore risulta pari alla differenza tra il carico statico ed il trasferimento di carico:

$$N_r = m \cdot g \cdot \frac{(p-b)}{p} - F \cdot \frac{h}{p}$$

Si può osservare che il trasferimento di carico Fh/p risulta proporzionale alla forza di frenata complessiva ed all'altezza del baricentro ed inversamente proporzionale al passo. Affinché un pneumatico non slitti durante la frenata, il valore della forza frenante ad esso applicata non deve superare il prodotto del carico dinamico agente sul pneumatico stesso per il relativo coefficiente di attrito (o di aderenza): quest' ultimo prodotto rappresenta proprio la massima forza frenante applicabile al pneumatico in assenza di slittamento ovvero la forza frenante al limite dell'aderenza.

Detti f_x e f_r i coefficienti di aderenza relativi rispettivamente alla ruota anteriore ed alla ruota posteriore, la forza frenante complessiva al limite dell'aderenza è data dalla seguente espressione :

$$F = F_x + F_r = f_x \cdot N_x + f_r \cdot N_r$$

La figura seguente mostra l'andamento dei carichi dinamici sulle ruote in funzione della forza di frenata, ottenuto elaborando le relazioni appena viste. Sia i carichi sulle ruote che la forza frenante sono adimensionalizzati (rapportati) rispetto alla forza peso. Il veicolo considerato ha una ripartizione statica dei carichi sulle due ruote 50% - 50% ossia il baricentro cade nella mezzzeria del passo.

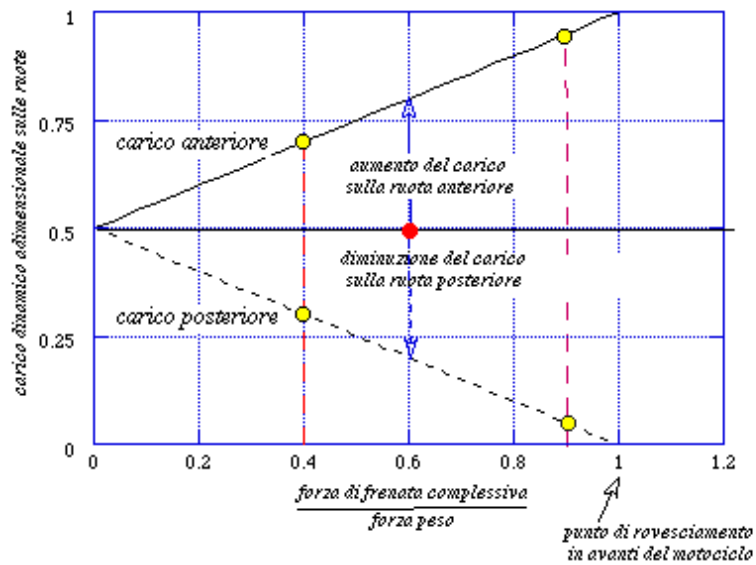


Fig. 4.8: Carichi dinamici adimensionali sulle ruote al variare della forza di frenata complessiva massima adimensionale

Supponiamo che il coefficiente di aderenza sia molto basso e pari a $f = 0.2$ per entrambe le ruote. Dal grafico si vede che i carichi dinamici sulle ruote risultano all'incirca uguali a 0.4 sulla ruota posteriore e 0.6 su quella anteriore. In queste condizioni non utilizzare il freno posteriore significa rinunciare ad un contributo del 40% rispetto alla massima forza frenante ottenibile.

Se invece il coefficiente di aderenza é molto elevato, ad esempio $f = 0.9$, la figura mostra che il carico sulla ruota anteriore risulta pari a 0.95 mentre il carico sulla ruota posteriore risulta solo pari a 0.05; pertanto il contributo della forza frenante posteriore risulta in questo caso assai modesto, quasi trascurabile.

4.4.3. Rovesciamento in avanti del motociclo

Come si osserva dalla figura 4.8, all'aumentare della forza di frenata complessiva il carico sulla ruota posteriore diminuisce fino

ad annullarsi : la condizione limite di rovesciamento si verifica proprio quando il carico dinamico sulla ruota posteriore diventa nullo. In questa situazione, il carico dinamico sulla ruota anteriore risulta uguale al peso del motociclo e la direzione della risultante del carico dinamico e della forza di frenata passa per il baricentro del veicolo.

L'equazione dell'equilibrio dei momenti rispetto al baricentro fornisce l'espressione della forza di frenata al limite del rovesciamento:

$$F_{x_max} = m \cdot g \cdot \frac{(p-b)}{h}$$

Quanto minore è tale forza, tanto più facile risulta il raggiungimento della condizione di rovesciamento: si può concludere dunque che il rovesciamento è favorito a parità di forza frenante dalla leggerezza del motociclo e dalla posizione alta ed avanzata del baricentro.

La decelerazione, espressa in g, a cui corrisponde il rovesciamento incipiente del motoveicolo risulta pari a:

$$D_{max} = \frac{d_{max}}{g} = \frac{F_{x_max}/m}{g} = \frac{p-b}{h}$$

Ad esempio, considerando valori tipici di uno scooter (p=1410mm, b=620mm, h=585mm) si ottiene una decelerazione massima pari a:

$$D_{max} = \frac{1410-620}{585} = 1,35g$$

Da osservare che la decelerazione al limite del rovesciamento dipende solo dalla posizione del baricentro, mentre è indipendente

dal peso del veicolo. Dalla relazione appena ottenuta si evince che, per aumentare il valore della decelerazione al limite di rovesciamento, è necessario abbassare il baricentro del motociclo e posizionarlo più indietro possibile.

Rappresentiamo in un grafico le curve di ripartizione della frenata e di decelerazione (rapportata all'accelerazione di gravità $g=9.81 \text{ m/s}^2$), in funzione dei coefficienti di attrito impegnati da ciascuna ruota, ricavate considerando un motociclo caratterizzato dalla seguente geometria: $p=1,4\text{m}$, $h=0,7\text{m}$, $b=0,7\text{m}$.

Si può vedere che la decelerazione aumenta all'aumentare dei coefficienti di attrito, in modo particolare di quello della ruota anteriore. Ciò si spiega considerando che, come visto, durante la frenata vi è un trasferimento di carico dalla ruota posteriore alla ruota anteriore.

Le curve in rosso rappresentano la ripartizione della frenata tra ruota anteriore e posteriore (aliquota anteriore, aliquota posteriore). L'asse orizzontale corrisponde ad una frenata con la sola ruota posteriore (0/100) mentre l'asse verticale rappresenta il caso di frenata con la sola ruota anteriore (100/0). La figura mostra la convenienza dell'utilizzo del freno posteriore soprattutto quando il coefficiente di attrito è basso; tale convenienza diminuisce fino a diventare quasi trascurabile in presenza di coefficienti di attrito molto elevati.

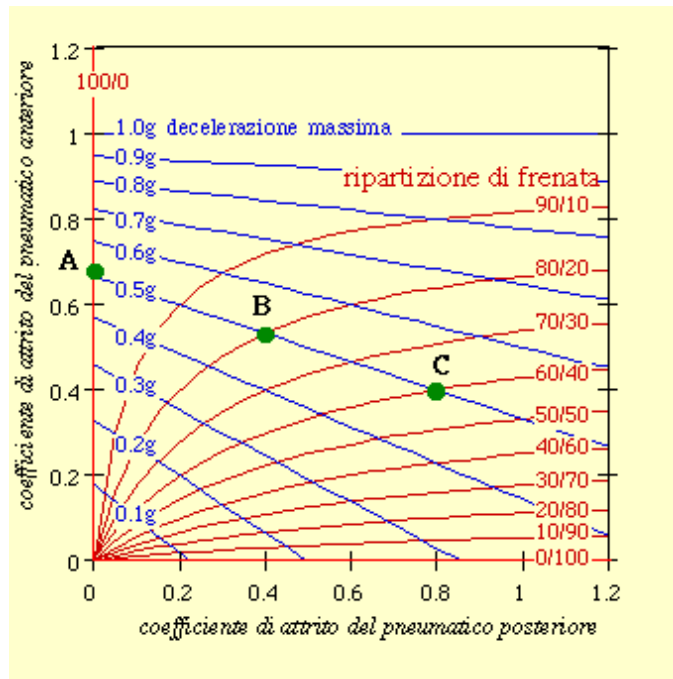


Fig. 4.9: Curve delle decelerazioni e di ripartizione della frenata.
 passo $p=1.4$ m; altezza baricentro $h=0.7$ m; distanza orizzontale
 $b=0.7$ m

Con i dati assunti la condizione limite di rovesciamento si verifica quando la decelerazione risulta pari a 1 g; la curva (1 g) rappresenta quindi la massima decelerazione ottenibile con tale geometria del motociclo. Supponiamo di voler frenare il veicolo con una decelerazione pari a 0.5 g; le possibili combinazioni di utilizzo dei freni anteriore e posteriore in grado di fornire la decelerazione desiderata sono infinite; ad esempio frenando solo con il freno anteriore la decelerazione di 0.5 g è ottenuta impegnando un coefficiente di attrito anteriore pari a 0.68 (punto A), con una ripartizione delle forze frenanti 80% anteriore e 20% posteriore invece si deve impegnare un coefficiente di attrito anteriore pari a 0.55 e posteriore pari a 0.4 (punto B). Un' altra possibilità è ad esempio rappresentata dal punto C che mostra una ripartizione della forza frenante 60% anteriore e 40% posteriore a cui corrisponde un

maggiore impegno del pneumatico posteriore e un corrispondente minore impegno di quello anteriore.

La massima decelerazione d_{\max} può essere determinata anche applicando le equazioni del moto uniformemente decelerato. Per farlo si possono utilizzare alcuni dati sui minimi spazi di arresto, ricavati tramite prove sperimentali oppure su riviste specializzate.

Se consideriamo, ad esempio, uno spazio di arresto di 40 m (x_f) ad una velocità di 100 km/h (v_0) otteniamo:

$$\begin{cases} x_f = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v_f = v_0 + a \cdot t \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 = 0 + 27,8 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ 0 = 27,8 + a \cdot t \end{cases}$$

da cui, con semplici passaggi:

$$a = d_{\max} \square -10 \text{ m/s}^2 \rightarrow d_{\max} \square g$$

Nel paragrafo successivo vedremo come, per mantenerci in condizioni di sicurezza e, soprattutto, per conformarsi agli standard aziendali richiesti, considereremo di essere al limite del ribaltamento con una decelerazione massima di circa 1,8 g (ciò porterà ad una sovrastima della massima forza frenante agente sull'impianto frenante e, quindi, delle tensioni su di esso agenti).

4.5 DETERMINAZIONE DELLA MASSIMA FORZA DI FRENATURA F_x

Quando la leva del freno è azionata, essa manda in pressione il circuito idraulico serrando le pastiglie sui dischi e generando così il momento frenante M_f che si oppone al movimento della ruota. Supponendo di non arrivare al bloccaggio della ruota (siamo cioè al limite dell'aderenza), tra il pneumatico e l'asfalto si genera, per attrito di tipo statico, la forza F_x che si oppone alla variazione di velocità imposta dal momento M_f .

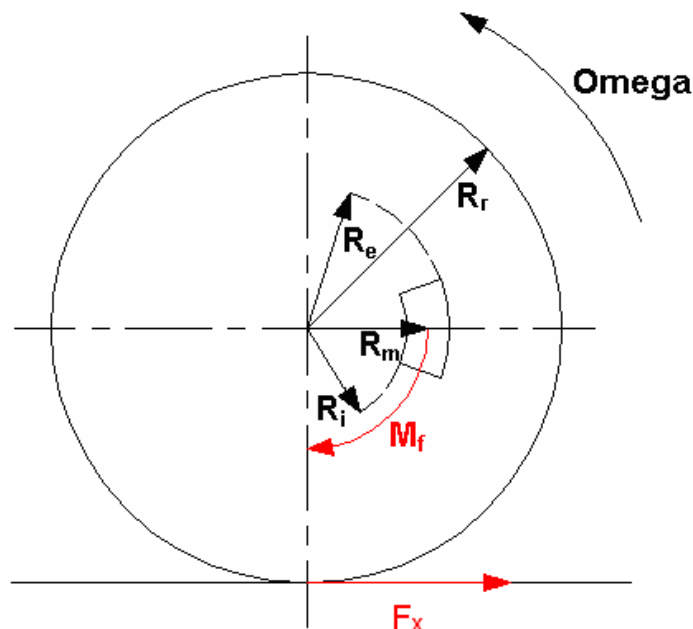


Fig. 4.10 : Equilibrio alla rotazione di una ruota in frenata

Quindi, per poter simulare correttamente le forze agenti sugli attacchi in fase di frenatura, è necessario stimare la forza F_x , che sarà poi quella da inserire nelle simulazioni in ambiente FEM.

Come appare chiaro dalla figura 4.10 il momento frenante vale:

$$M_{fr} = F_x \cdot R_r$$

dove:

R_r = raggio di rotolamento ruota

Quindi conoscendo F_x ed il raggio di rotolamento della ruota è possibile identificare il valore di M_f .

Per questo è necessario risalire, per avere un'idea del massimo M_f che serve applicare per frenare la moto, ad una stima ragionevole di F_x .

Si fanno, a riguardo, le seguenti ipotesi semplificative:

- Il veicolo si trova in moto uniformemente decelerato
- Siamo nella condizione limite di ribaltamento
- La forza frenante è esercitata dal solo freno anteriore (si trascura quello posteriore)

Supponiamo inoltre, per mantenersi a favore di sicurezza, che la decelerazione massima agente sul motociclo sia pari ad 1,5g. Consideriamo una massa totale (massa veicolo + massa trasportata) pari a 307 Kg.

Applicando la prima legge della dinamica, si ottiene la forza frenante complessiva necessaria ad arrestare la moto:

$$F_{\max} = m \cdot d = 307 \cdot (1,5 \cdot 9,81) = 4518 \text{ N}$$

Tenendo conto dell'ipotesi sulla ripartizione della forza frenante (cioè considerando che la forza frenante sia esercitata dal solo freno anteriore) si può ottenere un'approssimazione per eccesso della F_x massima ponendola uguale a F_{\max} . Sostituendo questo valore nell'equazione precedente si ha una stima approssimata per eccesso del massimo M_f che serve per frenare la moto:

$$M_{fr} = F_x \cdot R_r = 4518 \cdot 300 = 1355400 \text{ Nmm}$$

Dal valore di M_{fr} ci si può ricavare anche il valore della massima forza frenante normale al raggio medio del disco del freno:

$$F_{fr} = \frac{M_{fr}}{R_m} = \frac{1355400}{133} = 10191 \text{ N}$$

Tale forza (ottenuta, si ricorda, attraverso una sovrastima della decelerazione massima) sarà appunto quella che, tramite la pinza frenante, si scaricherà direttamente sugli attacchi.

Nelle mie simulazioni considererò, a favore di sicurezza e per uniformarmi agli standard aziendali, una forza totale agente sugli attacchi pari a 14000N.

4.6 MODELLO ANALITICO PER LA DETERMINAZIONE DELLO STATO TENSIONALE INDOTTO

Come si può vedere dalla figura sottostante che rappresenta schematicamente gli attacchi e la piastra, la spinta che gli attacchi ricevono nel momento della frenata è scomponibile in due forze, una parallela, F_t , l'altra perpendicolare, F_n , alla gamba.

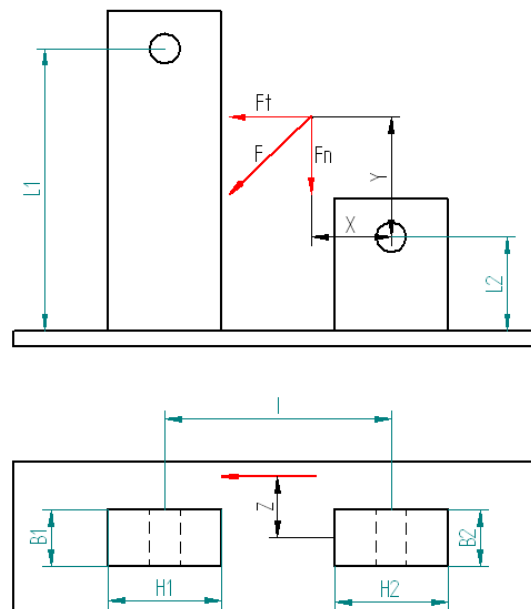


Fig. 4.11: Schema delle forze agenti sugli attacchi

Entrambe le componenti però risultano disassate rispetto all'asse di simmetria longitudinale degli attacchi. Questo fa sì che la componente parallela F_t costituisca per gli attacchi una sollecitazione a momento torcente. L'analisi di tale sollecitazione risulta appesantita da diversi fattori. Innanzi tutto i due attacchi (comunemente di lunghezze differenti) sono resi solidali tra di loro proprio a causa della pinza frenante che rende iperstatico il collegamento. La sezione rettangolare degli attacchi costituisce poi una complicazione in quanto causa di ingobbamento. Ciò non si verifica con le sezioni circolari in quanto la tensione tangenziale risulta costante e quindi equilibrata, lungo tutto il bordo. La piastra su cui sono saldati gli attacchi impedisce tale ingobbamento che va a trasformarsi in sollecitazione normale per gli stessi.

Per trascurare questi effetti si ricorre alla preliminare simulazione del comportamento degli attacchi con sezione circolare e di pari lunghezza. In seguito si passerà a considerare gli attacchi di lunghezze differenti (ma rimanendo in rapporti di utilità pratica) e solo successivamente si considereranno le sezioni rettangolari.

Da sottolineare che mediante l'utilizzo di Ansys applicando il momento sulla faccia superiore degli attacchi si rileva una tensione anche sull'estremo libero dell'attacco dovuto al comportamento rigido utilizzato nell'applicare il momento. Questa apparente incoerenza (un estremo libero non è soggetto a tensioni) in realtà si accorda con la teoria del de Saint-Venant, secondo il quale occorre essere ad una certa distanza dal bordo del solido per avere il comportamento reale della tensione. Tale effetto non influenza comunque il valore della tensione all'estremo incastrato quindi possiamo trascurarla.

4.7 SCHEMA EQUIVALENTE

Come dicevamo la presenza della pinza freno induce a considerare gli attacchi come solidali, ecco perché si ricorre alla schematizzazione sotto riportata, costituita da una struttura a portale tre volte iperstatica in cui il corrente è stato considerato di rigidità infinita.

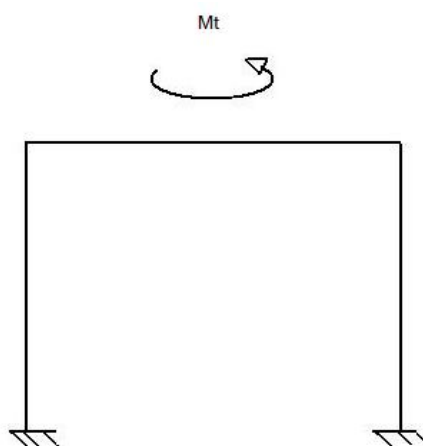


Fig. 4.12 : Struttura equivalente

Una schematizzazione di questo tipo non è quindi di facile soluzione. Per liberare i gradi di libertà necessari si può ricorrere allo svincolamento del corrente mediante due cerniere e sostituire le mancate reazioni vincolari con i dovuti momenti e forze. In seguito si ricorre alla scomposizione degli spostamenti su tre differenti piani, il primo passante per la mezzeria del corrente, un secondo intersecante i montanti e il terzo perpendicolare a quest'ultimo e passante per la mezzeria del corrente.

In aiuto ci viene l'utilizzo del programma Straus 7 attraverso il quale calcoliamo taglio, momento flettente e momento torcente

agli incastri. Saranno poi le relazioni costitutive a fornirci il valore delle tau.

Nel confronto di tali risultati con le simulazioni fem si rileva che tale schema risolutivo è aderente alla realtà ma solo per lunghezze degli attacchi notevoli e quindi di scarso interesse pratico.

4.8 DETERMINAZIONE DEL MODELLO ANALITICO

Di qui la difficoltà e l'importanza di determinare un modello matematico che sia di facile applicazione. A questo proposito si ricorre all'analisi degli attacchi considerando l'influenza dei diversi rapporti tra le dimensioni della sezione, degli interassi e della differente altezza dei due pezzi. In seconda istanza si passerà a verificare l'applicabilità di tale modello alla geometria reale.

Se passiamo a considerare le sezioni rettangolari l'obiettivo sembra quindi essere la determinazione di un legame del tipo:

$$\tau = \alpha \frac{H}{B} + \beta \frac{L1}{L2} + \gamma I$$

Ad eccezione dell'interasse i termini che appaiono nell'equazione su esposta sono tutti adimensionali. Di qui nasce l'esigenza di cercare la dipendenza della tau con un fattore dimensionalmente coerente con la stessa. La scelta ricade sul rapporto tra momento torcente e un modulo di resistenza fittizio che si avvicini a quello reale. Il modulo di resistenza preso è pari a $B^2 \cdot H$ con B lato corto (quello per cui passa l'asse neutro in caso di sollecitazione flessionale dovuta a F_n) e H lato lungo. Non è possibile prendere un modulo di resistenza maggiormente preciso poiché per le sezioni quadrate le tensioni si distribuiscono in modo diverso sulle facce. Si passerà poi a verificare la bontà della scelta effettuata. Se sarà possibile, tramite queste scelte, linearizzare il problema in

oggetto, determinare cioè una equazione la quale ci fornisca il valore della tau una volta inserite le tre incognite, saremo riusciti ad ottenere il nostro obiettivo di una progettazione più snella e al tempo stesso efficace.

Da ciascuna simulazione effettuata occorre ora rilevare la tensione tangenziale massima. A questo proposito la geometria è stata discretizzata in elementi di lato 1 mm. Dimensione molto inferiore a quella standard e che porta a simulazioni più lente ma più accurate. Ha altresì il vantaggio di rendere più facile l'individuazione di un punto, mediante la funzione di visualizzazione “mostra elementi”, che sia lo stesso per tutte le simulazioni e sul quale rilevare la tensione. Questo passaggio è molto più importante di quanto possa sembrare perché lo spostamento, seppur piccolo, del punto di rilevazione, porta a variazioni considerevoli della grandezza che si sta misurando come si può notare da un esempio riportato nella pagina seguente.

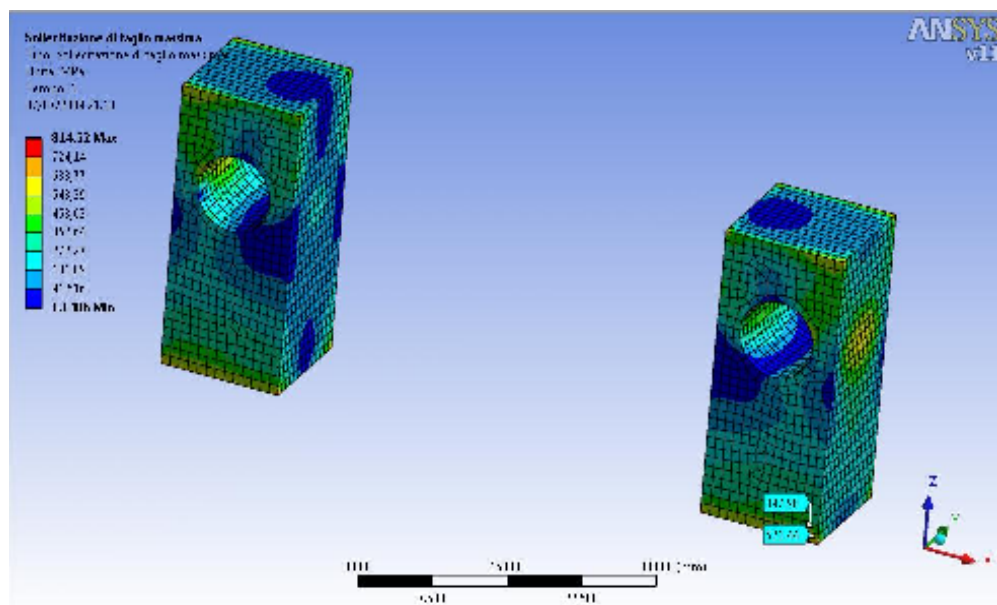


Fig. 4.13 : Differente punto di rilevazione

A fronte di uno spostamento di 1 mm la tensione passa da 521,44 a 397,98, una differenza di ben 123,46 MPa e quindi un errore del 23,67% rispetto al valore della tensione sul quale abbiamo costruito il nostro modello matematico.

Dalle simulazioni effettuate, quindi, abbiamo ottenuto i diversi valori della tensione tangenziale massima la quale si presenta sempre sul lato più lungo e verso il bordo esterno dell'attacco più corto (in caso di altezze uguali la tensione rimane simmetrica su ambo gli attacchi). Che la tensione massima sia sull'attacco più corto collima con l'osservazione che la rigidezza torsionale risulta maggiore poiché inversamente proporzionale alla lunghezza dell'attacco stesso come risulta dall'espressione:

$$K = \frac{GJp}{L} \quad [\text{N}\cdot\text{mm}]$$

G modulo di elasticità tangenziale;

Jp momento di inerzia polare;;

L lunghezza dell'attacco.

Abbiamo rilevato esclusivamente la tensione massima in quanto è il valore che assume maggiore importanza. Se gli attacchi sono progettati per resistere a tale valore della tensione, tanto meglio resisteranno ai valori inferiori presenti sulla restante area agente.

Le simulazioni sono state fatte per diversi valori di H e di B mantenendo un valore del rapporto variabile tra 1 e 2, valori di maggior interesse pratico. Per ognuna di queste simulazioni poi

abbiamo variato il valore dell'interasse tra i 50 e i 90 mm e infine il rapporto fra le altezze L1, L2 dei due attacchi rimanendo all'interno dell'intervallo [1,3]. Una volta ottenuti i risultati si è passati alla verifica mediante simulazioni con valori intermedi dei parametri su menzionati.

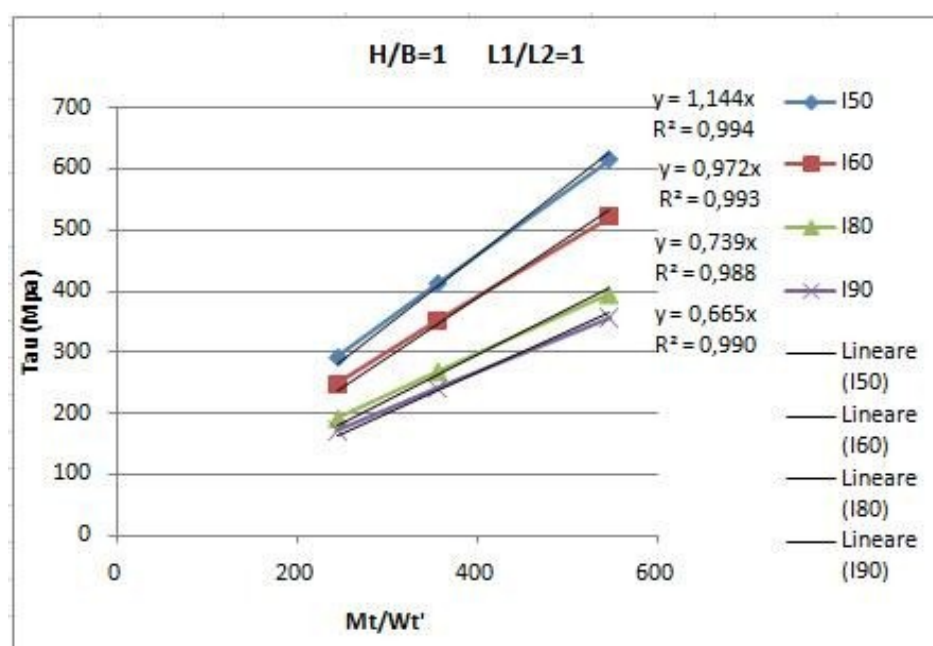


Fig. 4.14: Diagramma delle tau per $H/B=1$ e $L1/L2=1$

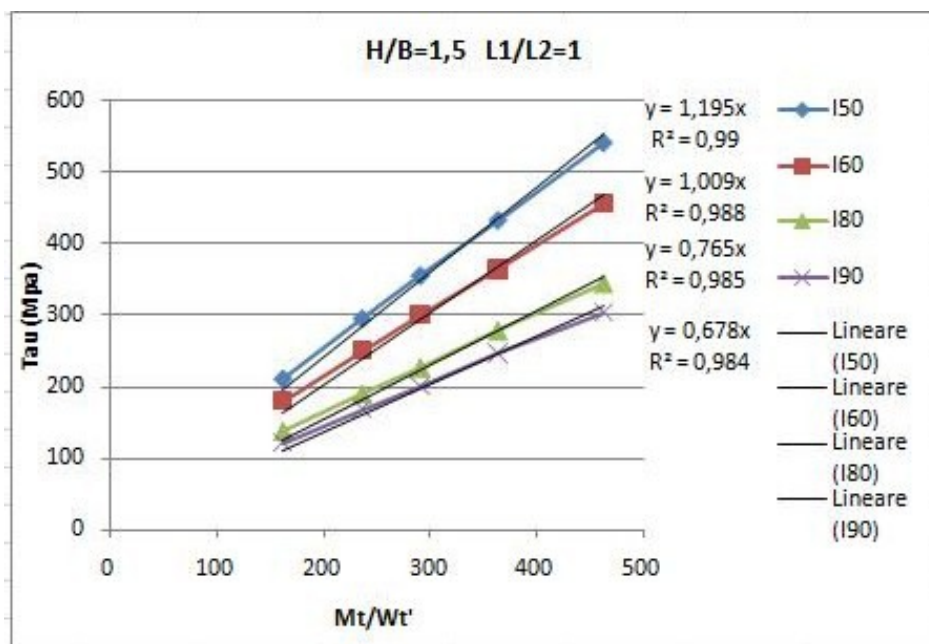


Fig. 4.15: Diagramma delle tau per $H/B=1,5$ e $L1/L2=1$

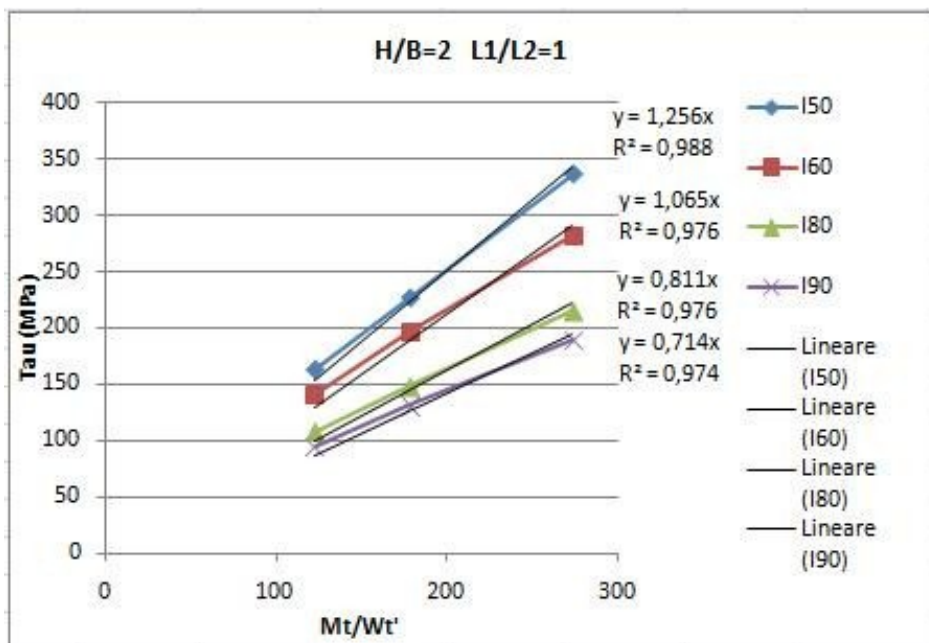


Fig. 4.16: Diagramma delle tau per $H/B=2$ e $L1/L2=1$

Riunendo i valori dei coefficienti angolari di ciascun diagramma si ottiene una retta unica per ciascun valore di H/B , come di seguito mostrato.

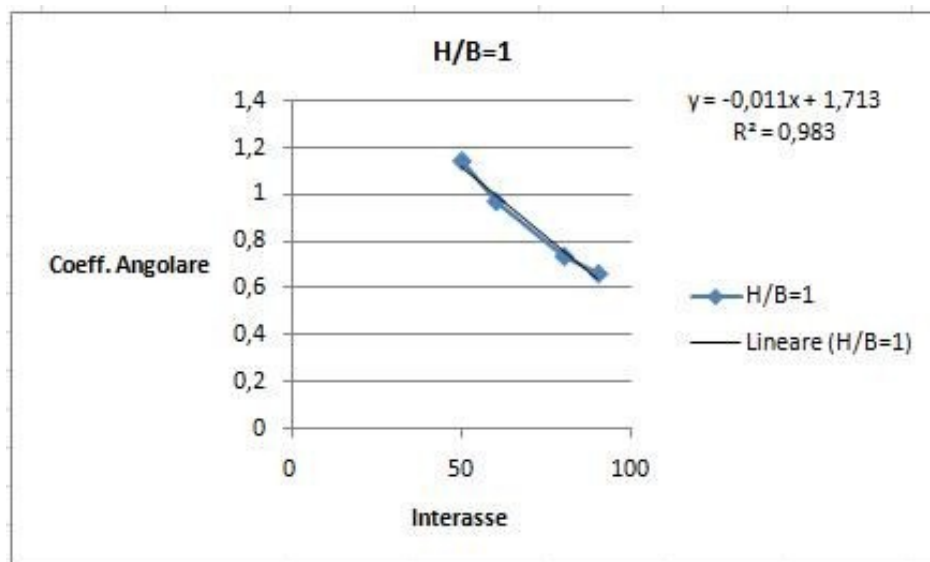


Fig. 4.17: Diagramma del coefficiente angolare per $H/B=1$

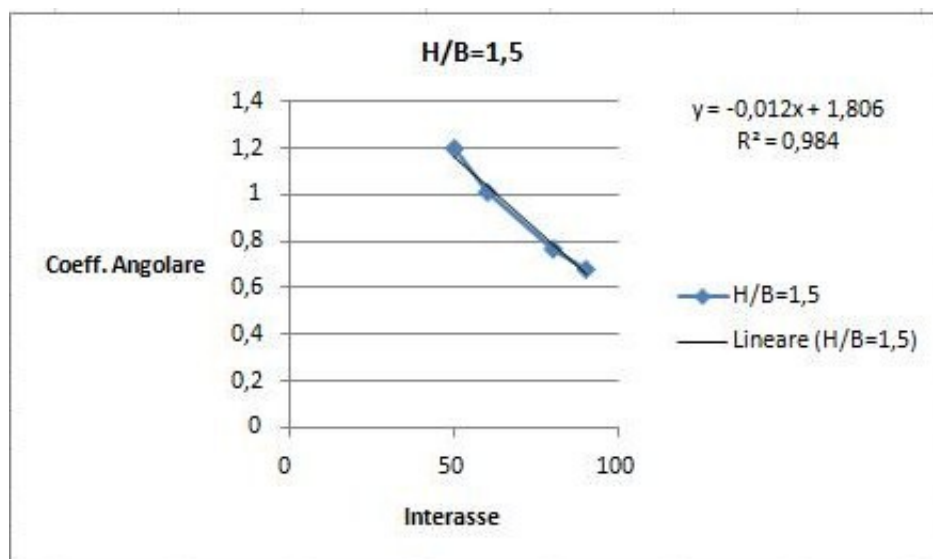


Fig. 4.18 : Diagramma del coefficiente angolare per $H/B=1,5$

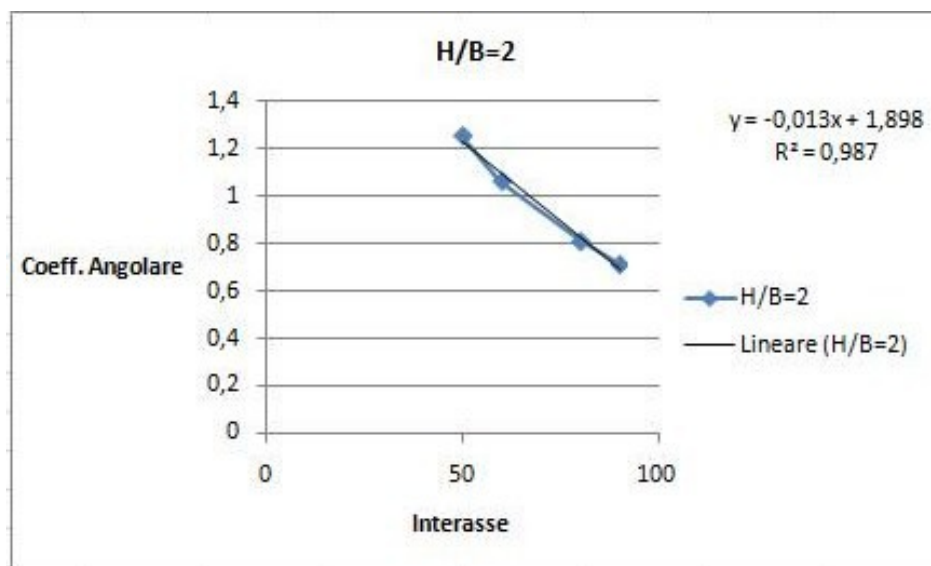


Fig. 4.19 : Diagramma del coefficiente angolare per $H/B=2$

Fermo restando dunque il rapporto $L1/L2$ uguale a uno si può, noto H/B , moltiplicare il coefficiente angolare della rispettiva retta per il valore dell'interasse e poi per il rispettivo Mt/Wt' ed ottenere la tau con una certa precisione.

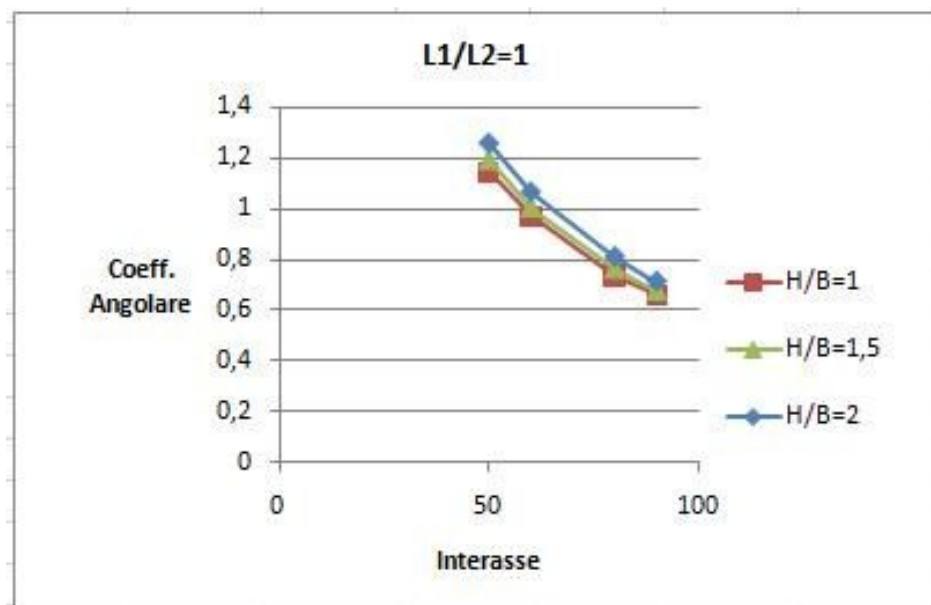


Fig. 4.20: Confronto delle rette dei coefficienti angolari per i diversi rapporti H/B ad $L1/L2$ costante e uguale a 1

Eseguendo la verifica per $H/B=1,5$ l'errore risulta del 6,9% come mostrato nel grafico seguente.

H	B	L1/L2	I	Mt	Mt/Wt'	Fatt corr	Tau_teo	Tau_FEM	ERR %
18	12	1	70	1200000	462,963	0,966	447,2222	394	13,51%
18	12	1	70	2000000	771,6049	0,966	745,3704	656	13,62%
18	12	1	83	1200000	462,963	0,81	375	332	12,95%
18	12	1	52	1200000	462,963	1,182	547,2222	521	5,03%
18	12	1	52	2000000	771,6049	1,182	912,037	868	5,07%
24	16	1	55	1200000	195,3125	1,146	223,8281	228	-1,83%
24	16	1	72	1200000	195,3125	0,942	183,9844	178	3,36%
24	16	1	72	2000000	325,5208	0,942	306,6406	296	3,59%
								ERR MED	6,91%

Fig. 4.21: Verifica per $H/B=1,5$

Come si può notare l'errore è veramente molto basso.

Il procedimento si reitera per i valori del rapporto $L1/L2$ uguali a 2. Di seguito si riportano i diagrammi.

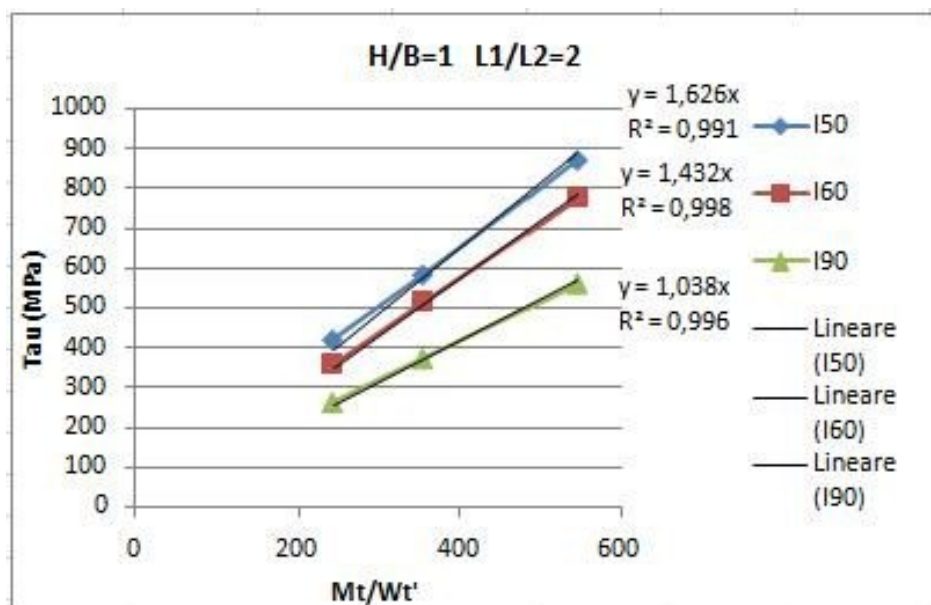


Fig. 4.22: Diagramma delle tau per $H/B=1$ e $L1/L2=2$

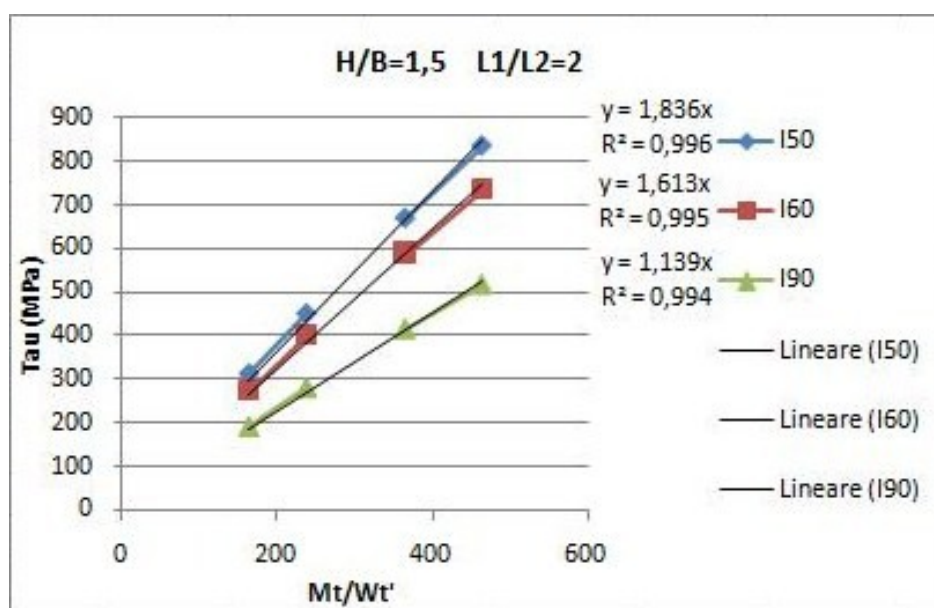


Fig. 4.23: Diagramma delle tau per $H/B=1,5$ e $L1/L2=2$

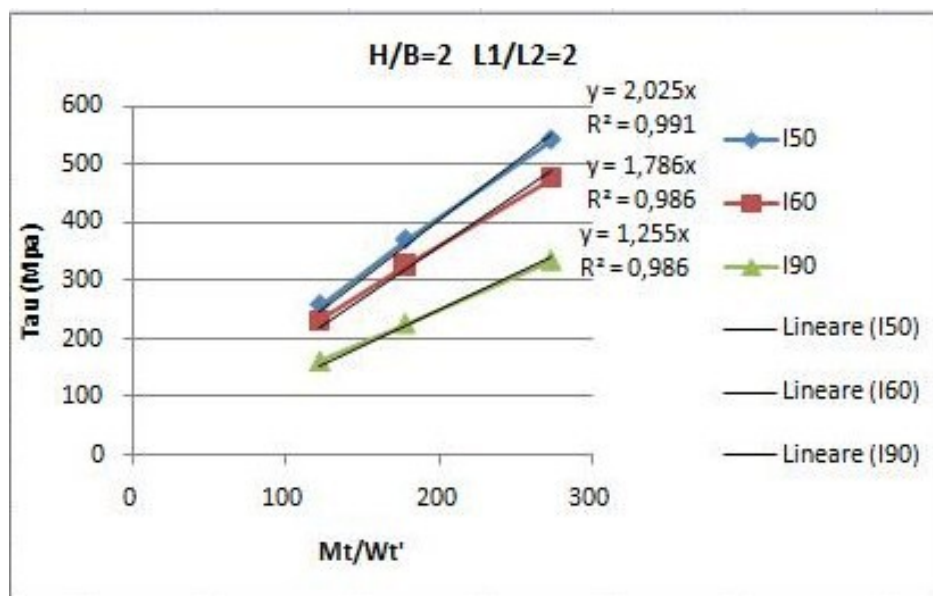


Fig. 4.24: Diagramma delle tau per $H/B=2$ e $L1/L2=2$

Di nuovo si determina l'unico grafico che raduna tutti i coefficienti angolari per il rapporto $L1/L2=2$.

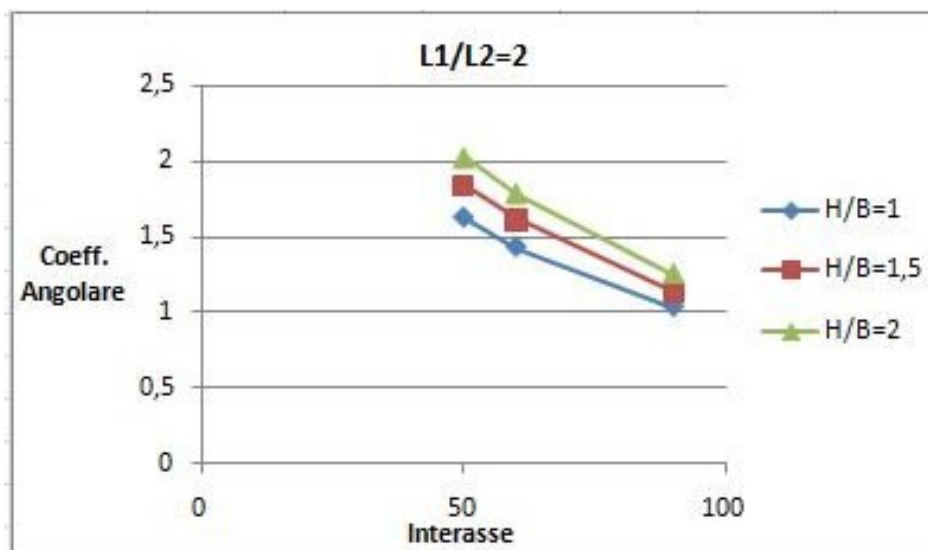


Fig. 4.25: Confronto delle rette dei coefficienti per i diversi rapporti H/B ad $L1/L2$ costante e uguale a 2

Per un'ulteriore verifica le simulazioni sono state effettuate anche su attacchi il cui rapporto $L1/L2$ è uguale a 3, anche se questo valore è di minore interesse pratico. Il risultato è quello che segue.

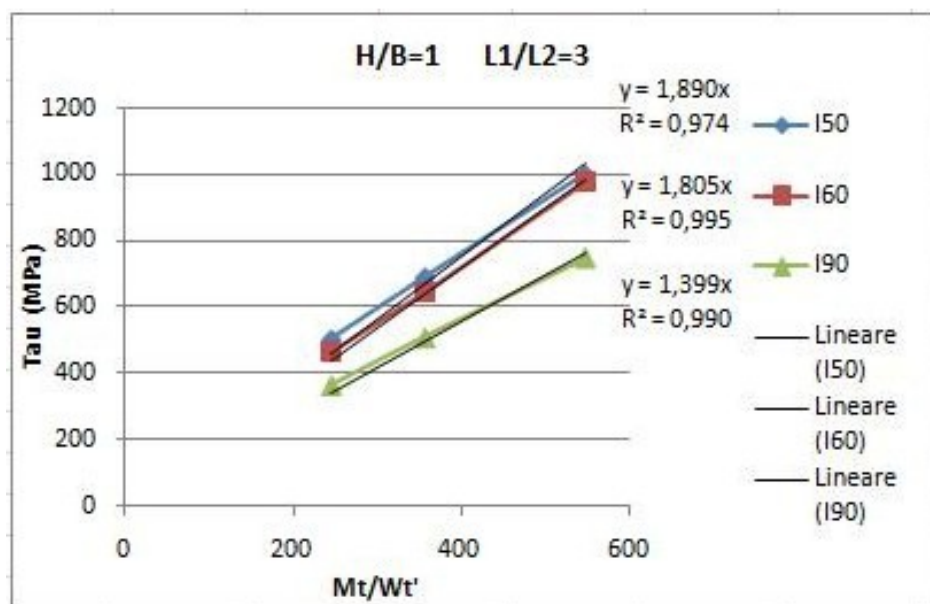


Fig. 4.26: Diagramma delle tau per $H/B=1$ e $L1/L2=3$

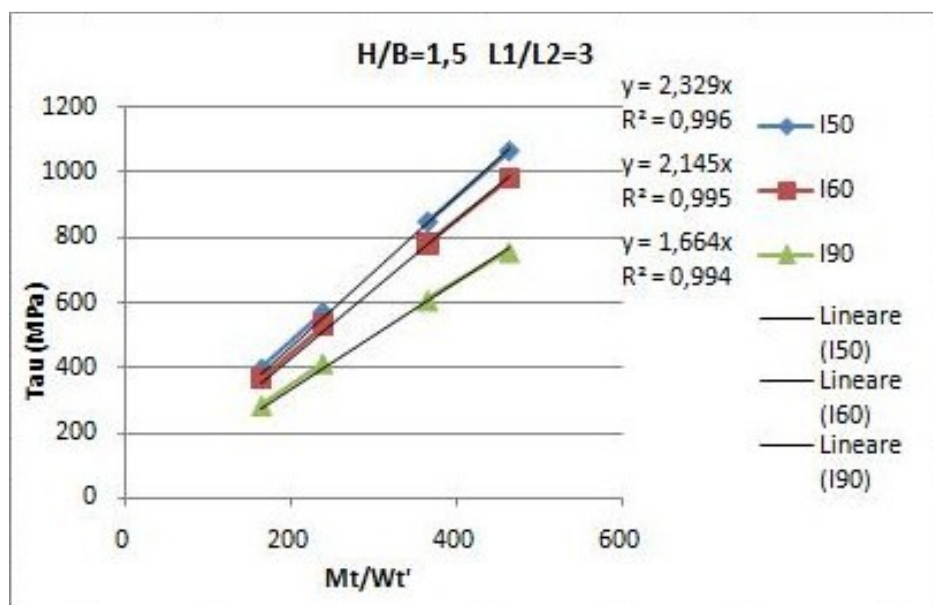


Fig. 4.27: Diagramma delle tau per $H/B=1,5$ e $L1/L2=3$

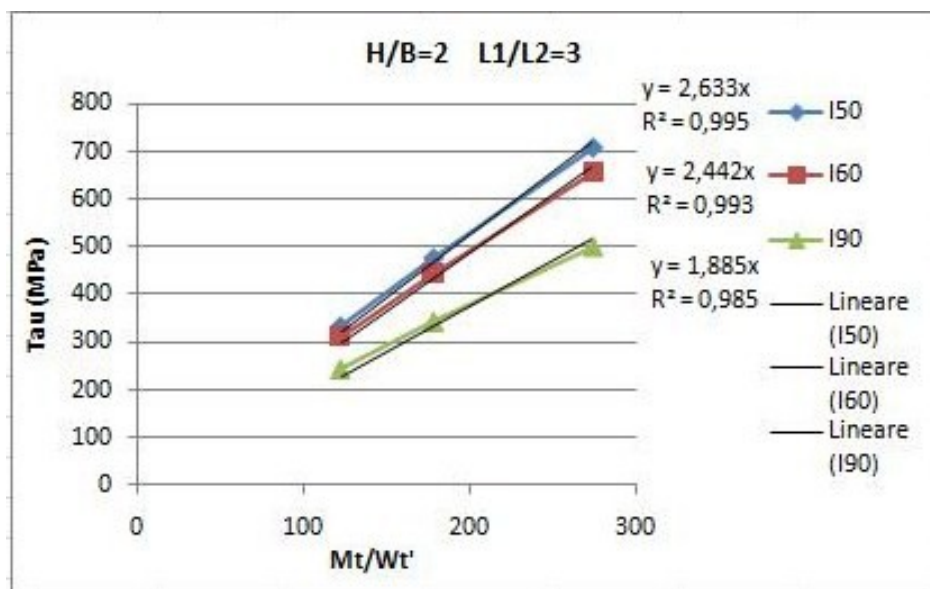


Fig. 4.28: Diagramma delle tau per $H/B=2$ e $L_1/L_2=3$

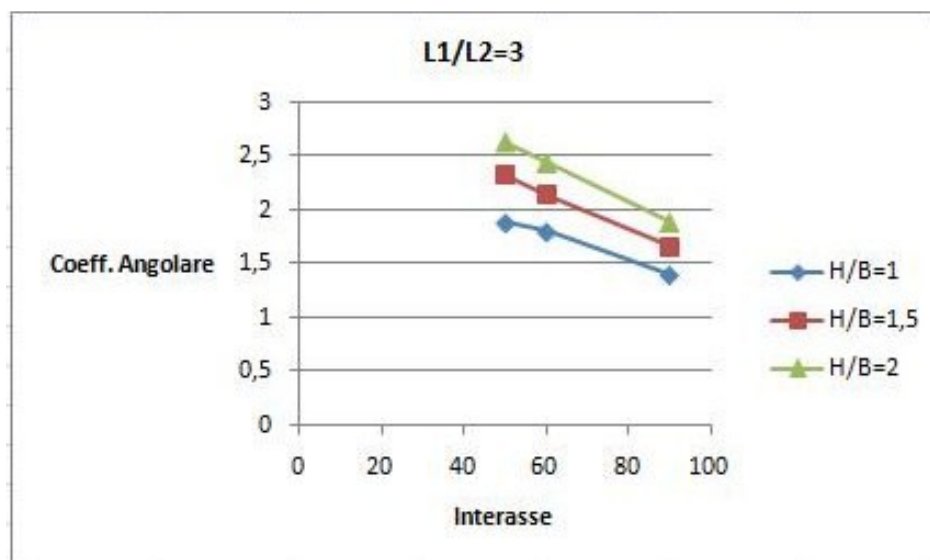


Fig. 4.29: Confronto delle rette dei coefficienti angolari per i diversi rapporti H/B ad L_1/l_2 costante e uguale a 3

Dall'osservazione dei diagrammi che riportano le rette dei coefficienti angolari si nota come per $L_1/L_2=1$ le rette siano quasi sovrapposte, i due attacchi reagiscono nello stesso modo e si può al

limite affermare che la tensione sia indipendente dal rapporto H/B ma funzione solo del rapporto Mt/Wt' . Aumentando il rapporto $L1/L2$ le rette tendono a distanziarsi l'una dall'altra e il valore del coefficiente ad aumentare. Questo fenomeno è interpretabile come dovuto al fatto che l'attacco più lungo ha una rigidità torsionale minore e di conseguenza cede parte del suo carico a quello più corto. Aumentando allora la tensione si accentua la dipendenza dal rapporto H/B . Questo aumento è più che proporzionale anche a causa dell'insorgere della tensione flessionale causata dal collegamento rigido tra i due attacchi. Per $H/B=1$ il coefficiente angolare passa da 1,144 a 1,89, con un incremento del 65% a fronte di un incremento del ΔL del 66%. Per $H/B=2$ l'incremento è del 109% essendo uguale l'incremento del ΔL .

Detto questo il passaggio successivo consiste nel cercare di determinare una dimensione “principale” in dipendenza della quale poter calcolare il valore di τ tramite una funzione lineare. Siamo partiti perciò dal considerare che in genere è noto, per esigenze di progetto, la lunghezza della pinza e di conseguenza il valore dell'interasse.

Delle numerose simulazioni svolte si riporta un quadro riassuntivo per $L1/L2$ pari ad 1:

H	B	I	Tau_max	K2-HA	K1	I/I	M1	W1	M1/W1	W1/I	I/W1	M1/W1/I	Tau_max	ERROR	Tau_12	ERRORE
30	20	90	81	1,5	3	1E+06	12000	100	1E+06	9,2593E-07	1,1111111	64,814815	19,98%	67,1	17,16%	
34	17	90	95	2	2,6471	1E+06	9826	122,12	884340	1,1308E-06	1,35694416	79,155076	16,68%	81,946	13,74%	
34	17	90	103	2	2,3529	1E+06	9826	122,12	786080	1,2721E-06	1,52656218	89,049461	17,55%	92,189	14,64%	
30	16,7	90	117	1,79641	3	1E+06	8366,7	143,43	753003	1,328E-06	1,59361915	92,961117	20,55%	96,239	17,74%	
30	20	60	119	1,5	2	1E+06	12000	100	720000	1,3889E-06	1,66666667	97,222222	18,30%	100,85	15,42%	
25,5	17	90	122	1,5	3,5294	1E+06	7369,5	162,83	663255	1,5077E-06	1,80925888	105,5401	13,49%	109,26	10,44%	
30	15	90	131	2	3	1E+06	6750	177,78	607500	1,6461E-06	1,97530864	115,22634	12,04%	119,29	8,94%	
30	15	90	131	2	3	1E+06	6750	177,78	607500	1,6461E-06	1,97530864	115,22634	12,04%	119,29	8,94%	
34	17	60	141	2	1,7647	1E+06	9826	122,12	589560	1,6962E-06	2,03541624	118,73261	15,79%	122,92	12,82%	
25,5	17	90	138	1,5	3,1373	1E+06	7369,5	162,83	589560	1,6962E-06	2,03541624	118,73261	13,96%	122,92	10,93%	
30	20	45	151	1,5	1,5	1E+06	12000	100	540000	1,8519E-06	2,22222222	129,62963	14,15%	134,2	11,13%	
30	15	90	148	2	2,6667	1E+06	6750	177,78	540000	1,8519E-06	2,22222222	129,62963	12,41%	134,2	9,32%	
25	16,5	75	165	1,51515	3	1E+06	6806,3	176,31	510469	1,959E-06	2,35078053	137,12886	16,89%	141,96	13,96%	
30	16,7	60	162	1,79641	2	1E+06	8366,7	143,43	502002	1,992E-06	2,39042872	139,44168	13,92%	144,36	10,89%	
34	17	50	164	2	1,4706	1E+06	9826	122,12	491300	2,0354E-06	2,44249949	142,47914	13,12%	147,5	10,06%	
24	16	72	178	1,5	3	1E+06	6144	195,31	442368	2,2606E-06	2,71267361	158,23929	11,10%	163,82	7,97%	
25,5	17	60	180	1,5	2,3529	1E+06	7369,5	162,83	442170	2,2616E-06	2,71388832	158,31015	12,05%	163,89	8,95%	
30	15	60	196	2	2	1E+06	6750	177,78	405000	2,4691E-06	2,96296296	172,83951	11,82%	178,93	8,71%	
22,5	15	90	190	1,5	3,5556	1E+06	5062,5	237,04	405000	2,4691E-06	2,96296296	172,83951	9,03%	178,93	5,82%	
30	15	60	195	2	2	1E+06	6750	177,78	405000	2,4691E-06	2,96296296	172,83951	11,36%	178,93	8,24%	
26	13	90	189	2	3,4615	1E+06	4394	273,1	395460	2,5287E-06	3,0344409	177,00905	6,34%	183,25	3,04%	
30	16,7	45	221	1,79641	1,5	1E+06	8366,7	143,43	376502	2,656E-06	3,1872383	185,92223	15,87%	192,48	12,91%	
25	20	37,5	200	1,25	1,5	1E+06	10000	120	375000	2,6667E-06	3,2	186,66667	6,67%	193,25	3,38%	
25,5	17	50	211	1,5	1,9608	1E+06	7369,5	162,83	368475	2,7139E-06	3,25665599	189,97218	9,97%	196,67	6,79%	
25	14	75	208	1,78571	3	1E+06	4900	244,9	367500	2,7211E-06	3,26530612	190,47619	8,42%	197,19	5,20%	
26	13	90	215	2	3,0769	1E+06	4394	273,1	351520	2,8448E-06	3,41374602	199,13518	7,38%	206,16	4,11%	
25	16,5	50	228	1,51515	2	1E+06	6806,3	176,31	340313	2,9385E-06	3,5261708	205,6933	9,78%	212,95	6,60%	
24	16	55	228	1,5	2,2917	1E+06	6144	195,31	337920	2,9593E-06	3,55113636	207,14962	9,14%	214,45	5,94%	
30	15	50	227	2	1,6667	1E+06	6750	177,78	337500	2,963E-06	3,55555556	207,40741	8,63%	214,72	5,41%	
21	14	90	227	1,5	3,8095	1E+06	4116	291,55	329280	3,0369E-06	3,64431487	212,58503	6,35%	220,08	3,05%	
30	15	45	251	2	1,5	1E+06	6750	177,78	303750	3,2922E-06	3,95061728	230,45267	8,19%	238,58	4,95%	
22,5	15	60	250	1,5	2,6667	1E+06	5062,5	237,04	303750	3,2922E-06	3,95061728	230,45267	7,82%	238,58	4,57%	
15	15	90	241	1	6	1E+06	3375	355,56	303750	3,2922E-06	3,95061728	230,45267	4,38%	238,58	1,01%	
17	17	60	249	1	3,5294	1E+06	4913	244,25	294780	3,3924E-06	4,07083249	237,46523	4,63%	245,84	1,27%	
25	12,5	75	253	2	3	1E+06	3906,3	307,2	292969	3,4133E-06	4,096	238,93333	5,56%	247,36	2,23%	
26	13	60	282	2	2,3077	1E+06	4394	273,1	263640	3,7931E-06	4,55166136	265,51358	5,85%	274,87	2,53%	
25	16,5	37,5	285	1,51515	1,5	1E+06	6806,3	176,31	255234	3,918E-06	4,70156107	274,25773	3,77%	283,93	0,38%	
22,5	15	50	295	1,5	2,2222	1E+06	5062,5	237,04	253125	3,9506E-06	4,74074074	276,54321	6,26%	286,29	2,95%	
21	14	60	300	1,5	2,8571	1E+06	4116	291,55	246960	4,0492E-06	4,85908649	283,44671	5,52%	293,44	2,19%	
17	17	50	292	1	2,9412	1E+06	4913	244,25	245650	4,0708E-06	4,88498988	284,95827	2,41%	295,01	-1,03%	
25	14	50	305	1,78571	2	1E+06	4900	244,9	245000	4,0816E-06	4,89795918	285,71429	6,32%	295,79	3,02%	
18	12	90	304	1,5	5	1E+06	2592	462,96	233280	4,2867E-06	5,14403292	300,06859	1,29%	310,65	-2,19%	
26	13	50	336	2	1,9231	1E+06	4394	273,1	219700	4,5517E-06	5,46199363	318,61629	5,17%	329,85	1,83%	
21	14	50	355	1,5	2,381	1E+06	4116	291,55	205800	4,8591E-06	5,83090379	340,13605	4,19%	352,13	0,81%	
19,5	13	60	364	1,5	3,0769	1E+06	3295,5	364,13	197730	5,0574E-06	6,06888181	354,01811	2,74%	366,5	-0,69%	
25	12,5	50	373	2	2	1E+06	3906,3	307,2	195313	0,00000512	6,144	358,4	3,91%	371,04	0,53%	
25	14	37,5	385	1,78571	1,5	1E+06	4900	244,9	183750	5,4422E-06	6,53061224	380,95238	1,05%	394,38	-2,44%	
18	12	70	394	1,5	3,8889	1E+06	2592	462,96	181440	5,5115E-06	6,61375661	385,80247	2,08%	399,4	-1,37%	
18	12	70	393	1,5	3,8889	1E+06	2592	462,96	181440	5,5115E-06	6,61375661	385,80247	1,83%	399,4	-1,63%	
15	15	50	413	1	3,3333	1E+06	3375	355,56	168750	5,9259E-06	7,11111111	414,81481	-0,44%	429,44	-3,98%	
19,5	13	50	432	1,5	2,5641	1E+06	3295,5	364,13	164775	6,0689E-06	7,28265817	424,82173	1,66%	439,8	-1,81%	
18	12	60	456	1,5	3,3333	1E+06	2592	462,96	155520	6,43E-06	7,71604938	450,10288	1,29%	465,97	-2,19%	
25	12,5	37,5	473	2	1,5	1E+06	3906,3	307,2	146484	6,8267E-06	8,192	477,86667	-1,03%	494,71	-4,59%	
18	12	52	521	1,5	3,8889	1E+06	2592	462,96	134784	7,4193E-06	8,9031339	519,34948	0,32%	537,66	-3,20%	
18	12	50	540	1,5	2,7778	1E+06	2592	462,96	129600	7,716E-06	9,25925926	540,12346	-0,02%	559,17	-3,55%	
13	13	50	616	1	3,8462	1E+06	2197	546,2	109850	9,1033E-06	10,9239873	637,23259	-3,45%	659,7	-7,09%	
														ERR MED	3,14%	4,91%

Fig. 4.30: Andamento della tau per L1/L2

Dall'osservazione che la tau risulta inversamente proporzionale sia al valore dell'interasse che all'area della sezione creiamo un grafico sul quale riportiamo in ascissa il valore del modulo di resistenza fittizio moltiplicato per l'interasse e in ordinata ovviamente le tau stesse.

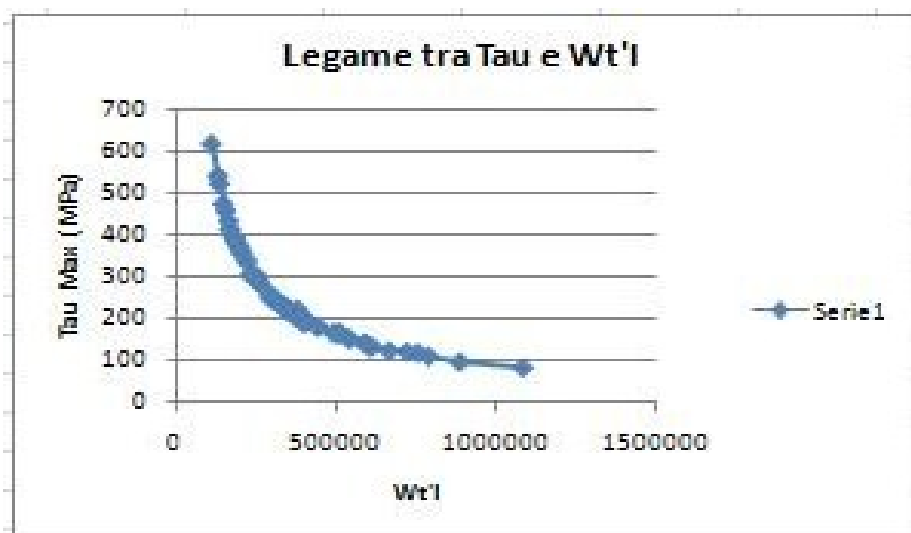


Fig. 4.31: Legame tra Tau e Wt'I

Considerando l'inverso di questo rapporto otteniamo un grafico ad andamento lineare dal quale perciò otteniamo il nostro primo coefficiente correttivo d espresso in mm.

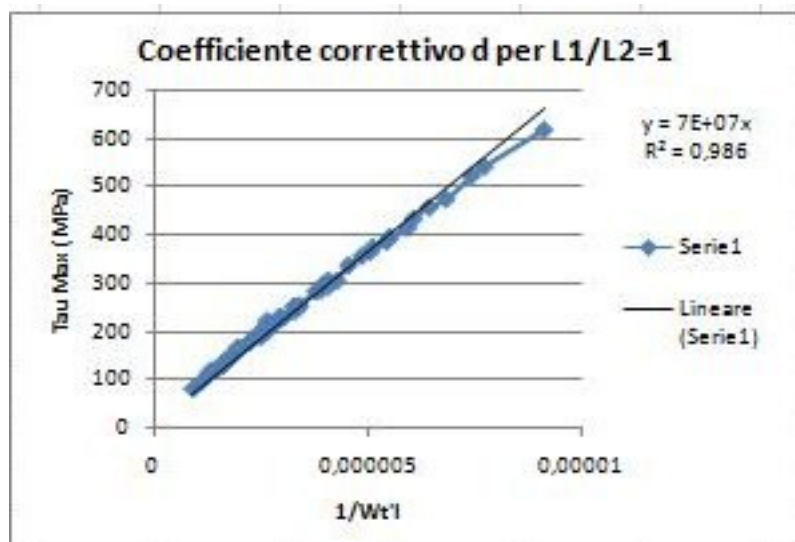


Fig. 4.32: Valore del coefficiente correttivo d

Per mantenere uniformità dimensionale e precisione di calcolo poi determiniamo il grafico in funzione del rapporto Mt/B^2HI

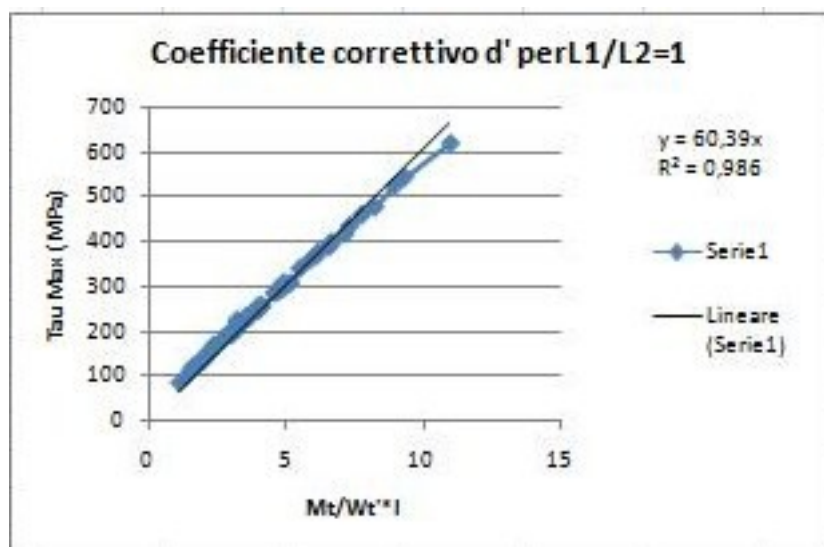


Fig. 4.33: Valore del coefficiente correttivo definitivo d' per $L1/L2=1$

Lo stesso procedimento è stato ripetuto per i rapporti di $L1/L2$ uguali a 1,2 1,5 1,8 2 e 3 che forniscono i seguenti valori.

L1/L2	1	1,2	1,5	1,8	2	3
d'	60,39	63,94	72,40	80,35	90,84	106

Tab. 4.1: Valori di d' in funzione del rapporto $L1/L2$

Grazie ai quali si è giunti alla formulazione del seguente grafico:

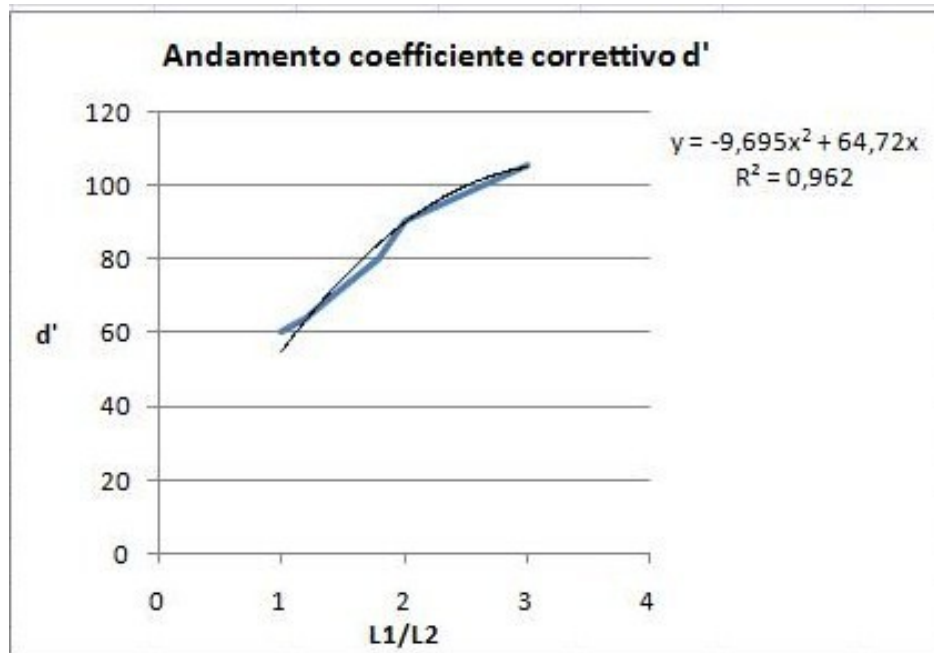


Fig. 4.34: Andamento coefficiente correttivo d'

Da cui l'equazione cercata:

$$\tau = \frac{Mt}{W_t I} \cdot \left(-9,695 \cdot \left(\frac{L1}{L2} \right)^2 + 64,72 \cdot \left(\frac{L1}{L2} \right) \right)$$

Questo valore d' ottenuto dall'equazione suddetta rappresenta, a parità di sezione degli attacchi, quanto deve valere l'interasse affinché si abbia una determinata tau. Tau che dovrà essere pari al valore di snervamento a torsione del materiale utilizzato diviso il coefficiente di sicurezza. Questo risultato unito al lavoro del mio collega che aveva determinato le tensioni flessionali e normali agenti sui due attacchi porta alla completa determinazione dello stato tensionale e quindi al dimensionamento.

MOT	L1	H1	B1	L2	H2	B2	L	MT	MT/WP1	L1/L2	Tau MAX RILEV	ERR %
BETA TRIAL 2009	24	31,77	11,45	15,95	25,42	12	58,5	300000	1,400965	1,203828	92,89708	75 17,59%
ENDURO H01	39,41	31,85	13,11	20,74	24,22	13,45	55,31	300000	1,287938	1,900198	105,9009	117 6,52%
H01SM	31,37	31,03	12,13	27,35	29,17	14,07	59,35	300000	0,875191	1,293235	59,06114	59 0,10%
											ERR MED	3,50%

Tab. 4.2: Verifica su geometria reale

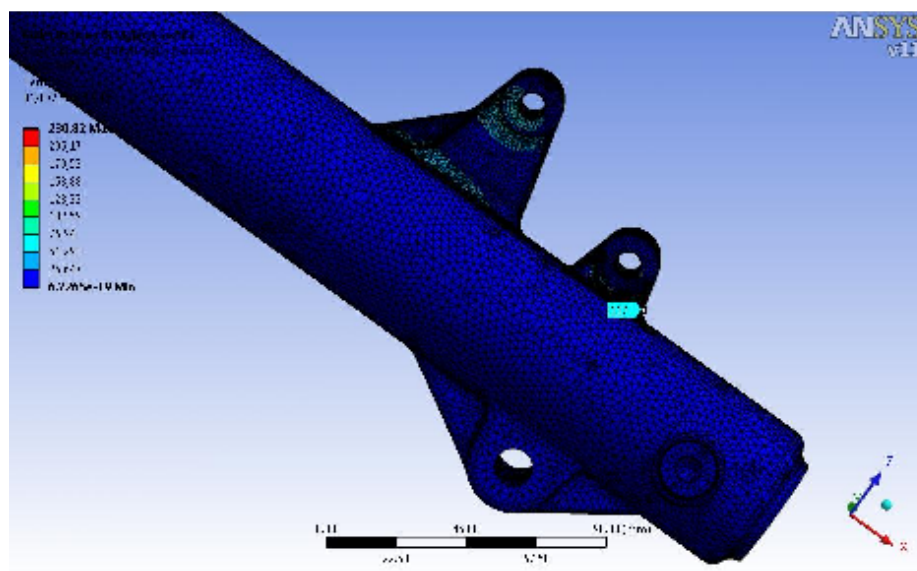


Fig. 4.36: Gamba enduro H01

Le simulazioni sono state condotte con elementi di lato 2 mm tranne per i due attacchi che presentano elementi di 1 mm e che quindi consentono maggiore precisione nella rilevazione della tensione. La simulazione che presenta l'errore maggiore è quella relativa alla gamba beta trial 2009 la quale è caratterizzata dalla minore altezza dell'attacco corto e quindi da una maggiore interferenza del foro. Per le altre simulazioni l'errore che si riscontra è in media del 3%, valore accettabile considerando anche il fatto che nella rilevazione delle dimensioni sono state trascurate le nervature presenti che, aumentando l'area sulla quale agisce la tensione, ne abbassano il valore, siamo quindi in favore di sicurezza.

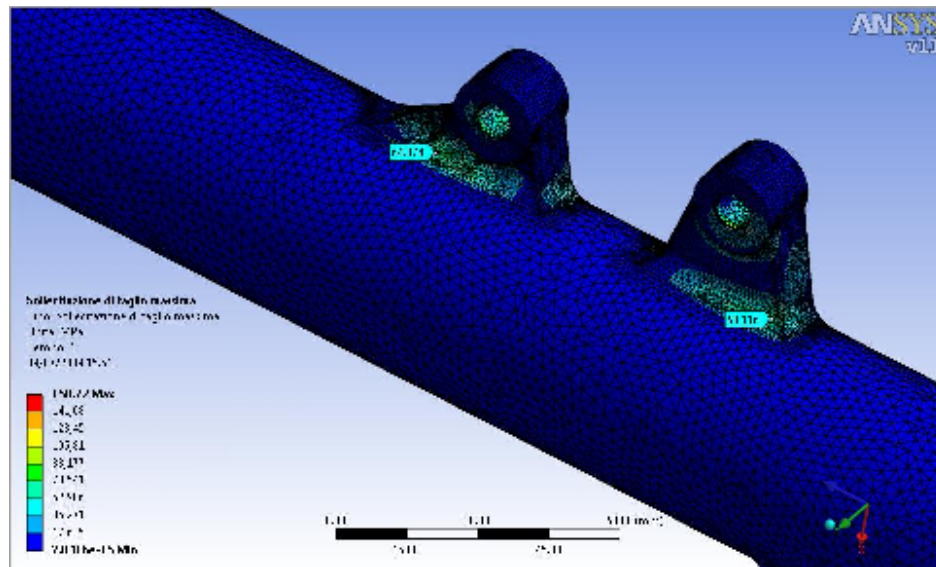


Fig. 4.37: Gamba H01 SM

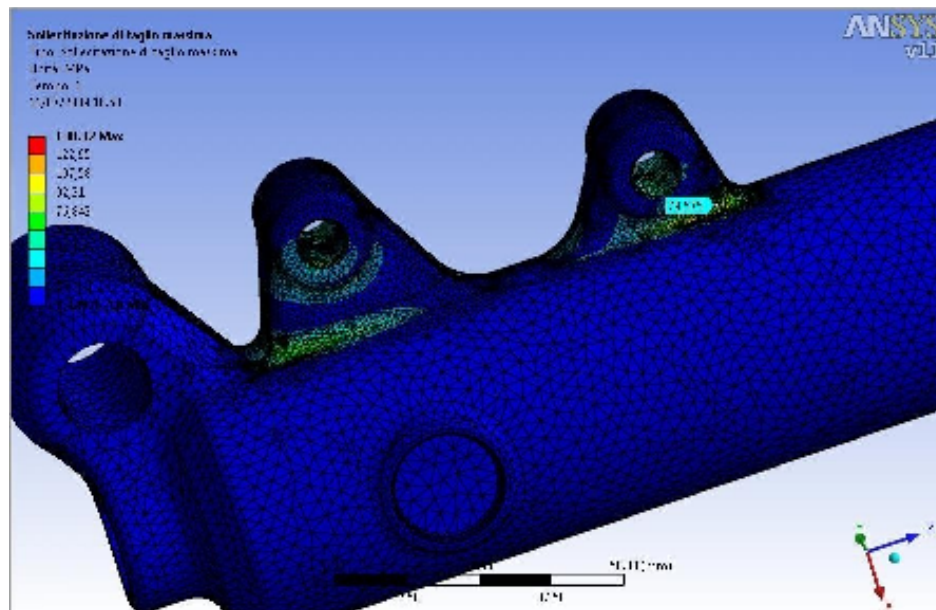


Fig. 4.38: Gamba beta trial 2009

4.10 CONCLUSIONI

Il punto di partenza della tesi è stato lo studio della variazione dello stato deformativo e tensionale in un organo meccanico che funge da sostegno alla pinza freno, dunque di vitale importanza. Partendo dal lavoro svolto dal mio predecessore, il quale ha valutato il comportamento a tensione normale e flessionale, mi sono preoccupata di considerare l'aspetto torsionale. Sicuramente di minore entità rispetto ai precedenti ma che, andando sommato a questi, può costituire l'ago della bilancia per la possibile rottura.

La creazione di un modello strutturale basato su una coppia di attacchi semplificati e successivamente simulato anche su alcuni attacchi originali, ha consentito di svincolarsi dall'analisi FEM in fase di progetto, così da poter determinare per via numerica lo stato tensionale dell'organo meccanico. Nello specifico, l'introduzione di un coefficiente d' ha consentito di valutare la distanza ottimale fra i due attacchi.

Le simulazioni FEM che ho condotte (circa 300) hanno evidenziato come in tutte le coppie di attacchi la tensione tangenziale causata dalla torsione si concentri maggiormente nell'attacco corto e sul lato esterno, quindi non simmetricamente rispetto all'asse longitudinale come si verifica per gli attacchi semplificati. Questo fenomeno si ha a causa della curvatura della gamba su cui i due attacchi sono saldati e che non è stata presa in considerazione per la geometria semplificata.

Tra gli obiettivi futuri quindi c'è quello di estendere questo metodo operativo ad altre tipologie di attacchi e soprattutto di valutare l'effetto di tale curvatura. Una ulteriore ottimizzazione può essere quella di valutare l'andamento delle tensioni in funzione della

quantità di materiale utilizzata nella geometria degli attacchi e trovare il punto di minimo.

RINGRAZIAMENTI

Un ringraziamento dovuto va al prof. Dario Croccolo, che mi ha dato la possibilità di cimentarmi con questo lavoro con il mondo della ricerca facendomi assumere un certo senso critico nell'analizzare i problemi. Dopodichè vorrei ringraziare l'ing. Nicolò Vincenzi e l'ing. Massimiliano De Agostinis per la pazienza che hanno avuto nel seguirmi e darmi consigli ai fini della buona riuscita del lavoro.

Un ringraziamento, anzi un grande abbraccio va ai miei genitori e a mia sorella Emanuela per avermi sempre sostenuto in questi anni di studi, il loro grosso contributo affettivo è stato indispensabile. Un pensiero va a tutti i miei amici, Simona, Lucia, Elisa, Letizia, Irene, Tiziana, che pazientemente hanno saputo aspettare. A Silvia e Magda, compagne di vita. A Luca per i suoi consigli. A quelli che ormai appartengono alla compagnia del mare, Diego, Marcello e Umberto. Alle mie coinquiline Cristina, Paola e Michela che mi hanno sopportato. A Dora che ha saputo rendere la mia permanenza a Bologna speciale e che mi ha saputo dare la carica nei momenti giusti.

A mio nipote Giacomo che mi ha reso più leggera la stesura di questo lavoro.

A tutti grazie.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Ansys 11.0, “*User guide*”.

- [2] Ansys, “*Inc. Theory Reference*”, 2004, <http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/Ansys/a_thry90.pdf>.

- [3] Baragetti S., “*Il metodo degli elementi finiti*”, Università di Bergamo.

- [4] Cossalter V., Lot. R., “*La frenata del motociclo*”, <<http://www.sv650s.net/frenata/frenata.html>>.

- [5] Lawrence K., “*ANSYS Workbench Tutorial v.10*”,

- [6] Ingegneria Strutturale: forum dell'ingegneria, “*Introduzione al metodo degli elementi finiti*”, <<http://www.ingeneriastrutturale.net/Tematiche/3MC/3MCfemC/>>